模块一 基本直流电路

模块导读

直流电路是学习电工技术和电子技术的基础，是物理现象与电学知识的基本融合。本模块结合电路的基本构成和电气物理参数进行了入门讲解，把物理学和本课程联系起来，起承前启后的作用。

学习单元一　电路的基本概念

引言　本学习单元主要介绍直流电路的基本组成及功能、电路的物理量、电路的基本状态等内容。通过对本学习单元的学习，学生能够对直流电路有个初步的认知，为后续课程的学习打下扎实的基础。

一、电路的组成及功能

1. 电路的概念

在电工电子技术中，为了更方便地分析和研究问题，可以将实际电路中的元器件抽象成理想化的模型，即在一定条件下突出其主要的电磁性质而忽略其次要因素，这种用理想电路元器件来代替实际电路元器件构成的电路称为电路模型，简称为电路。电路的转换如图 1-1 所示。

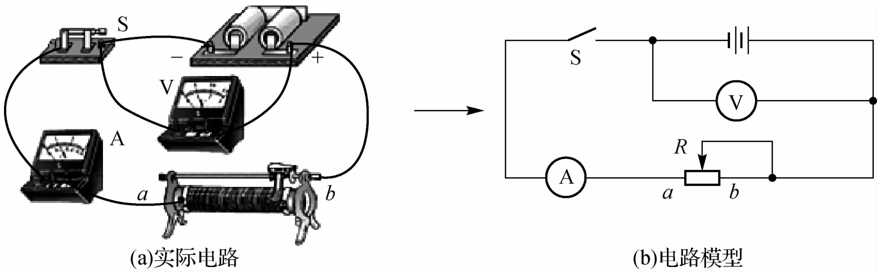


图 1-1　电路的转换

2. 电路的组成

动画
电路的组成

动画
不间断电源

电路也称为网络，是用一些电气设备或元件，按其所要完成的功能，以一定方式连接而成的电流通路。电路一般由电源、负载和中间环节三部分组成。

1）电源

将其他形式的能量转换成电能的设备称为电源。例如，发电机、电池等，它们可以在电路中提供电能。电子线路中将提供信号的设备和器件称为信号源，作用相当于电源（弱电）。在电路分析中，电源分为电压源和电流源两种。

2）负载

将电能转换成其他形式能量的装置称为负载。例如，电灯、电动机、电炉等，它们可以在电路中消耗电能。电子线路中接受和转换信号的设备也称为负载，例如，收音机和电视机里的扬声器和显像管。

3）中间环节

连接电源和负载的部分称为中间环节。例如，连接导线、开关、变压器、放大器、保护电器、控制电器等。

3. 电路的功能

1）输送、分配和转换电能

发电机等电源将水能、热能或其他形式的能量转换为电能，通过变压器、输电线等输送

到各用户，在那里电能再被转换成机械能、光能等用户需要的能量，如图 1-2 所示。

图 1-2　电能传送示意图

2)转换、传递和处理信号

常见的信号处理电路有电视机、收音机等，它们的接收天线把音乐、图像等电磁波转换成相应的电信号，然后通过电路进行传递和处理(调谐、变频、检波和放大等)，最后送到扬声器、显像管等负载，还原成原来的信息，如图 1-3 所示。

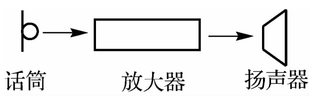


图 1-3　扩音器电路示意图

补充知识　电路图的概念

1. 电气的分类

人们习惯把电能分为强电(电力)和弱电(信息)两部分，两者既有联系又有区别。

1)强电

强电的处理对象是能源(电力)，其特点是电压高、电流大、功率大、频率低，电压通常为交流 380/220 V 及以上。强电电路包括供电工程、电机控制、家庭供电等。

2)弱电

弱电的处理对象主要是信息，即信息的传送和控制，其特点是电压低、电流小、功率小、频率高，电压通常为 36 V 及以下交、直流。弱电电路包括家用电器、医疗设备、机器人、电视工程、通信工程、消防工程、网络综合布线工程等。

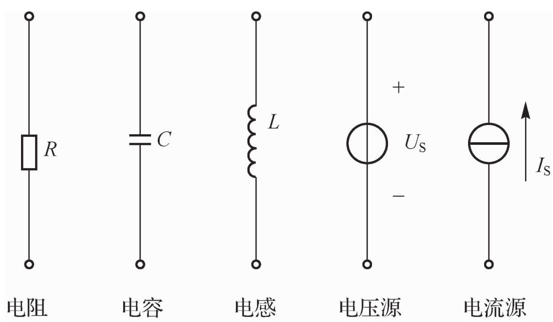


图 1-4　弱电电路元件的名称和图形符号

2. 电气符号

电气符号是构成电路图的主要元素，电路图就是用一些规定的电气符号来反映电路的结构。下面所分析的都是简化后的电路图，各电路元件用规定的图形符号表示，如图 1-4 和图 1-5 所示。

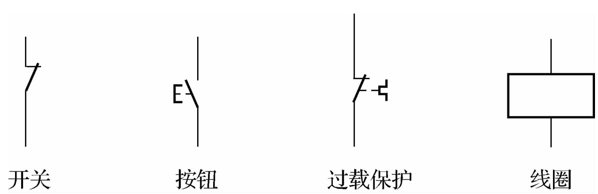


图 1-5　强电电路元件的名称和图形符号

3. 电路图的类别

电路图的种类很多，包括电工电路图、电子电路图、电气控制图等，其表现形式如图 1-6、图 1-7 和图 1-8 所示。

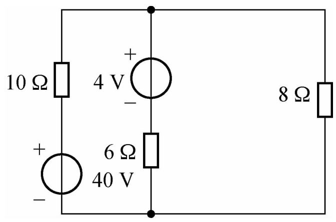


图 1-6　电工电路图

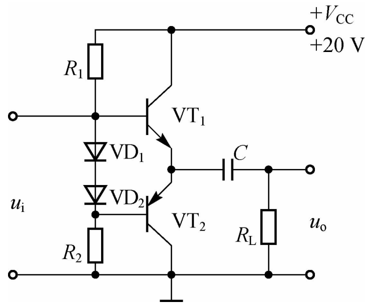


图 1-7　电子电路图

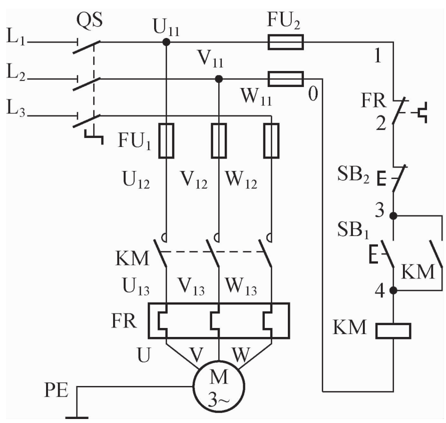


图 1-8　电气控制图

二、电路的基本物理量

视频
电流与电路

1. 电流与电压

1）电流

电荷的定向移动即形成电流，电流是单位时间内通过导体横截面的电荷量，如图 1-9 所示。

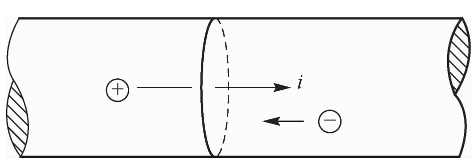


图 1-9　电流的示意图

如果电流随时间变化，用小写字母 i 表示，即

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1-1}$$

式中，i 为电流(A)；$\mathrm{d}q$ 为通过导体横截面的电荷量(C)；$\mathrm{d}t$ 为时间(s)。

如果电流不随时间变化，是恒定的(直流)，则用大写字母 I 表示，即

$$I=\frac{q}{t} \tag{1-2}$$

常用的电流单位还有千安(kA)、毫安(mA)和微安(μA)等，它们之间的换算关系为 $1\ \mathrm{kA}=10^3\ \mathrm{A}=10^6\ \mathrm{mA}=10^9\ \mu\mathrm{A}$。

2)电压

视频
电压

带电体周围存在着电场，电荷在电场中会受到电场力，当电场力使电荷移动时(由 a 点移动到 b 点)，电场力 F 就对电荷做了功，电荷移动所做的功被称为电压。

如果电压随时间变化，用小写字母 u 表示，即

$$u_{ab}=\frac{\mathrm{d}W_{ab}}{\mathrm{d}q} \tag{1-3}$$

式中，u_{ab} 为 a 点到 b 点的电压(V)；$\mathrm{d}W_{ab}$ 为正电荷 $\mathrm{d}q$ 由 a 点移动到 b 点所做的功(J)。

如果电压不随时间变化，是恒定的(直流)，则用大写字母 U 表示，即

$$U_{ab}=\frac{W_{ab}}{q} \tag{1-4}$$

恒定电压产生的电场称为恒定电场，交变电压产生的电场称为交变电场。在恒定电场中，任意两点 a、b 之间的电压只与 a、b 两点(起点与终点)的位置有关，而和电荷移动的路径无关。

常用的电压单位还有千伏(kV)、毫伏(mV)和微伏(μV)，它们之间的换算关系为 $1\ \mathrm{kV}=10^3\ \mathrm{V}=10^6\ \mathrm{mV}=10^9\ \mu\mathrm{V}$。

2. 电流与电压的方向

电流和电压都存在实际方向，特别是交流电流和电压，其实际方向总是瞬变的。电流的实际方向规定为正电荷移动的方向，电压的实际方向规定为高电势端指向低电势端。为了便于电路分析，可任意选定某一方向作为电流(或电压)的参考方向，当参考方向与实际方向一致时，电流(或电压)取正值，其值大于零，当参考方向与实际方向相反时，电流(或电压)取负值，其值小于零。

电路图中电流(或电压)的参考方向可以用带箭头的直线表示，也可以用双下标表示，如 I_{ab} 表示电流从 a 指向 b，如图 1-10(a)和图 1-10(b)所示；U_{ab} 表示 a 点为高电势点，b 点为低电势点，如图 1-10(c)和图 1-10(d)所示。

图 1-10 中，电流(或电压)参考方向选定之后，电流(或电压)值的正与负就决定了电流(或电压)的实际方向。

3. 电位与电动势

1)电位

为了便于分析，在恒定电场中选取某一点 O 为参考点，规定参考点 O 的电位为 0 V，即 $V_O=0$。电场力把单位正电荷 q 从电路中某一点 a 沿任意路径移动到参考点 O，电场力所做的功，称为 a 点的电位，记为 V_{aO}，那么电路中任意一点的电位，就是该点与参考点之间的电压。而电路中任意两点之间的电压，则等于这两点电位之差，即

$$U_{ab}=V_{aO}-V_{bO} \tag{1-5}$$

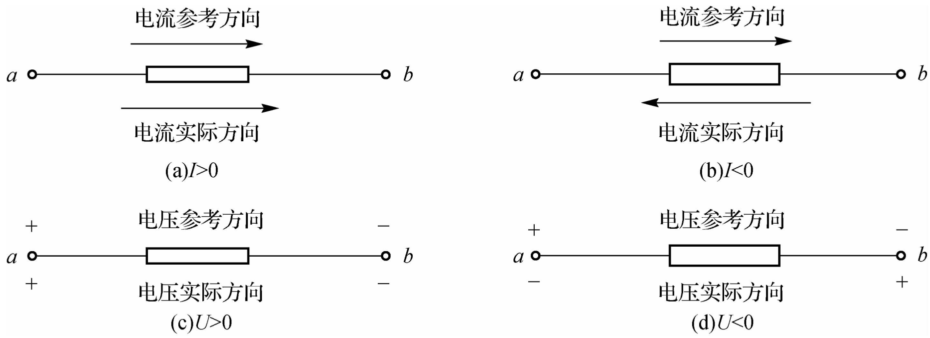


图 1-10 电流和电压的参考方向表示法

参考点的选择是任意的,因为各点的电位高低是相对于参考点而言的,选取不同的参考点,电场中各点的电位值也就不同(电位可为正值或负值,某点的电位高于参考点,则为正,反之则为负),但是参考点一旦选定后,电场中各点的电位就只能有一个确定的数值。而电压的数值是不随参考点的变化而变化的,一旦 a、b 两点的位置确定,不管参考点如何变更,a、b 两点之间的电压只有一个数值。

2)电动势

电动势是一个专门描述电源内部特性的物理量,常用 E(或 e)表示。由于电场力的作用,正电荷不断地从 a 极经过导体移动到 b 极,这样做必然会改变电荷的分布。a 极的正电荷数不断减少,电位逐渐下降,而 b 极不断地得到从 a 极移来的正电荷,电位不断升高。随着时间的推移,a、b 两极之间的电位差将越来越小,它所产生的电场也就越来越弱,一旦 a、b 两极的电位相等,导体中便不再有电荷的移动。

为了维持导体中电荷源源不断的移动,以产生电流,必须要有一种外力克服电场力的作用从另一途径源源不断地把正电荷从低电位端(b 极)移到高电位端(a 极),使 a 极的电位升高,以保持导体中正电荷的不断移动,在电源内部就存在这种外力,称为电源力。电源力把正电荷从低电位端 b 经过电源内部移动到高电位端 a 所做的功就称为电源的电动势。

电动势是一个标量,但它和电流一样有规定的方向,即电源内部电动势 E 的方向规定为从低电位端指向高电位端,也就是说,当电动势为正数时,电动势的方向就是电位升高的方向。电动势数值的大小与电源的开路电压相等,单位也是 V,因为当电源处于开路状态时,电源中没有电荷的移动,这时电场力与电源力相平衡,电场力和电源力对正电荷做功的能力相等。

视频
电能和电功

4. 电功和电功率

1)电功

电功是电流所做的功,电流做功的实质是把电能转换成其他形式的能。电场力推动电荷做功,发生了能量的转换,电源输出的能量消耗在负载上,转换成其他形式的能量,如图 1-11 所示。

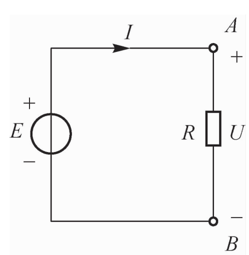


图 1-11 电阻消耗能量

在图 1-11 中,电流 I 和电压 U 参考方向一致,在时间 t 内电荷 Q 受电场力的作用从 A 点经负载移到 B 点,电场力所做的功为

$$W=UQ=UIt \tag{1-6}$$

式中，W 为电功(J)。有时电功也用度(千瓦·小时)表示，1 度=1 千瓦·小时=3.6×10^6 J。

2)电功率

电功率用来表示电流做功的快慢，电流在 1 s 所做的功称为电功率。电功率的表达式为

$$P=\frac{W}{t}=UI \tag{1-7}$$

视频
电功率

式中，P 为电功率(W)。

常用的电功率的单位还有千瓦(kW)和毫瓦(mW)，它们之间的关系为 1 kW=10^3 W，1 W=10^3 mW。

3)电功率的性质

在电路分析中，有时不仅要计算某元件电功率的大小，还要判断功率的性质，即该元件是输出功率还是消耗功率。在这里把电压和电流的参考方向一致定为关联参考方向，否则为非关联参考方向，如图 1-12 所示。

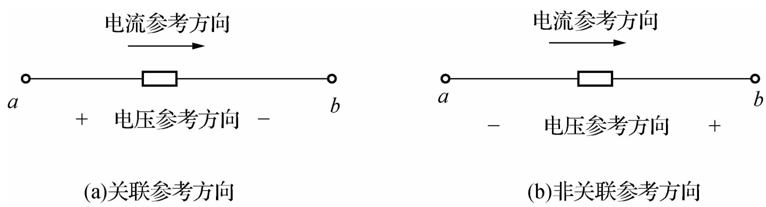
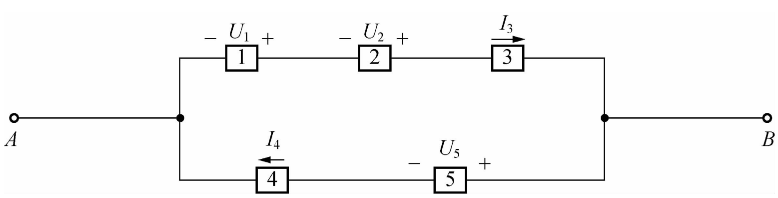


图 1-12 电流与电压的关系示意图

当电压和电流为关联参考方向时，$P=UI$；当电压和电流为非关联参考方向时，$P=-UI$。$P>0$ 时，表示元件消耗功率，相当于负载；$P<0$ 时，表示元件输出功率，相当于电源。

课堂实战

1. 电路中有五个元件，电流、电压的参考方向标定如下图所示。已知 $U_1=-70$ V，$U_2=-30$ V，$I_3=2$ A，$I_4=4$ A，$U_5=60$ V。请说明 U_1、U_2、U_5、I_3、I_4 的实际方向。



温馨提示

参考方向与实际方向是否一致，主要看最终结果的符号。

(1)U_1 的实际方向为：

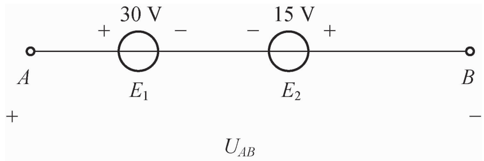
(2)U_2 的实际方向为：

(3)U_5 的实际方向为：

(4)I_3 的实际方向为：

(5)I_4 的实际方向为：

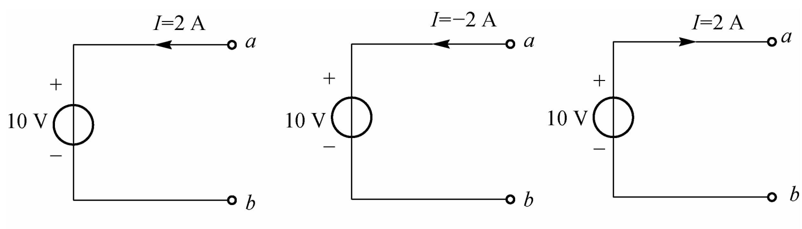
2. 电路中电动势 $E_1=30$ V，$E_2=15$ V，方向如下图所示。请说明 U_{AB} 的实际方向。



温馨提示

图中电压 U_{AB} 的方向是参考方向，其实际方向取决于电动势 E_1、E_2 的和。

3. 下图为 U、I 关联和非关联状态。试说明电源是消耗功率还是发出功率。



(a)　(b)　(c)

温馨提示

图(a)中，$U=10$ V，$I=2$ A，U 和 I 为关联参考方向，则 $P=UI=20$ W>0，所以此电源消耗功率，为充电状态。

图(b)中，$U=10$ V，$I=-2$ A，U 和 I 为关联参考方向，则 $P=UI=-20$ W<0，所以此电源发出功率，为向外供电状态。

图(c)中，$U=10$ V，$I=2$ A，U 和 I 为非关联参考方向，则 $P=-UI=-20$ W<0，所以此电源发出功率，为向外供电状态。

补充知识 电气设备的额定值

为了保证电气设备在使用年限内安全、可靠的运行，制造厂家给出了设备各项性能指标，对其电流、电压和功率设定了一个限额值，这个限额值就称为电气设备的额定值。电气设备的额定值主要有额定电流 I_N、额定电压 U_N 和额定功率 P_N。

1. 额定电流

电气设备长时间运行以致温度达到最高允许温度时的电流，称为额定电流。额定电流用 I_N 表示。

2. 额定电压

为了限制电气设备的电流并考虑绝缘材料的绝缘性能等因素，允许加在电气设备上的电压限值，称为额定电压。额定电压用 U_N 表示。

3. 额定功率

在直流电路中，额定电压与额定电流的乘积就是额定功率，即 $P_N = U_N I_N$。额定功率用 P_N 表示。

电气设备的额定值都标在铭牌上，使用时必须遵守。例如，一盏日光灯，标有“220 V，40 W”的字样，表示该灯在 220 V 电压下使用，消耗功率为 40 W，若将该灯泡接在 380 V 的电源上，则会因电流过大将灯丝烧毁；反之，若电源电压低于额定电压值，虽然灯泡仍能发光，但灯光比较暗淡。在额定范围内使用，才能保证用电设备的运行安全、可靠、经济、合理，并延长使用寿命。

在额定电压下，当负载的工作电流超过额定电流值时，称为超载或过载。反之，当负载的工作电流低于额定电流值时，称为欠载或轻载。当工作电流等于额定电流值时，称为满载。

实际使用时，白炽灯、电磁炉等设备，只要在额定电压下使用，其电流和功率都会达到额定值。但是对于电动机、变压器等设备，即使在额定电压下工作时，也有可能出现欠载或超载的现象。

学　生

一台额定电流为 100 A 的发电机，只接了 60 A 的照明负载，其余的 40 A 的电流流到哪里去了？

老　师

此发电机并非工作在额定工作状态，其实际输出电流就是 60 A。

三、电路的基本状态

电路在不同的工作条件下会呈现不同的工作状态，也有不同的特点。充分了解电路不同的工作状态和特点对安全用电与正确使用各种类型的电气设备是十分必要的。直流电路的状态包括有载状态、开路状态和短路状态三种。

图文
变压器

1. 有载状态

接通电源 U_S（内阻为 R_0）和负载 R_L，电路中产生电流 I，即电路处于有载状态，如图 1-13 所示。

有载状态的特点是电流在电路中形成闭合回路，负载上有电压和电流，存在功率消耗。

动画
电路的工作状态

2. 开路状态

电路中开关 K 未闭合，电路中没有电流。电路呈现开路状态（或断路状态），如图 1-14 所示。这时电源两端的端电压 U_{ab}（称为开路电压或空载电压）等于电源的电动势，因为没有负载消耗电能，所以电源不能输出功率。

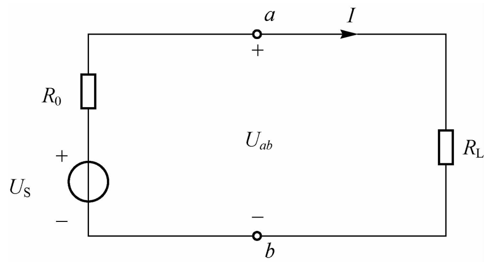


图 1-13　电路的有载状态

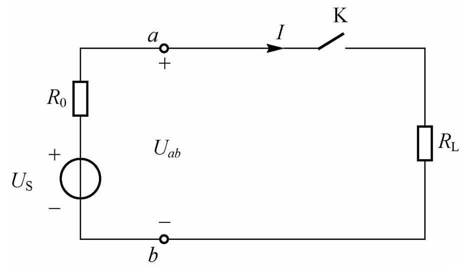


图 1-14　电路的开路状态

开路状态的特点是电路中没有电流，负载上没有电压和电流，不存在功率消耗。

3. 短路状态

电路中电源的两端 a、b 由于某种原因被一根导线连接起来，这时电路所呈现的状态称为短路，如图 1-15 所示。

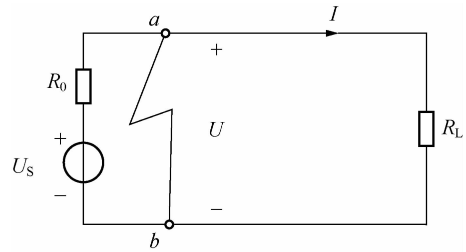


图 1-15　电源的短路状态

电源短路时，外电路的电阻可视为零，电路中的电流不再流过负载电阻 R_L，而是通过短路导线 ab 直接流回电源。因为在电流的回路中只有很小的电源内阻 R_0，所以这时在电源电压作用下会产生极大的电流，这个电流被称为短路电流 I_S。

电源短路状态的特点是负载两端的电压为零，电源也不输出功率，电源所产生的电能全部为内阻 R_0 所消耗，并转换成热能，使得电源的温度迅速上升导致损坏，并有可能引起电气火灾。

问题与思考

问题 1　电路中的基本物理量有哪些？各有什么功能？

思考并回答：

问题 2　电路的基本状态有几种？各有什么性质？

思考并回答：

实验一 电路中电位、电压的测定

实验目的

用实验证明电路中电位的相对性、电压的绝对性；
加深理解参考点及电压、电位参考方向的意义；
学习使用电压表、电流表，熟练使用万用表。

实验仪器与设备

可调直流稳压电源 2 台；
直流电压表 3 块；
直流电流表 3 块；
万用表 3 块；
电位、电压测定实验电路板 1 块；
连接线 1 组；
220 Ω、470 Ω 电阻各 2 个；
1 kΩ 电阻 1 个。

实验内容

连接电路，确定各参考点；
根据参考点的不同测量各点电位，两点间电压。

实验预习要点

电压表、电流表的使用方法；
电位的测量；
电压的测量。

实验结果

根据实验数据，绘制电压、电位的变化图形；
计算各电位、电压值，并对误差做必要的分析；
总结电位相对和电压绝对的原理。

实验报告

填写实验日志；
记录实验数据；
计算电位、电压值。

实验考核评价

知识掌握考核；
能力操作考核；
职业素养考核。

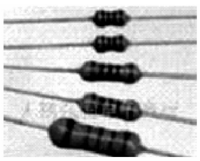
学习单元二 电路中的基本元器件和欧姆定律

引言 本学习单元主要介绍电路中基本元器件的种类、性质以及在电路中的作用，同时介绍了直流电路中最基本的欧姆定律。通过对本学习单元的学习，学生能够对直流电路中的各类元器件有初步的认知，为后续课程的学习打下扎实的基础。

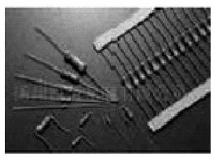
一、基本元器件

1. 电阻

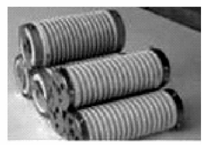
金属导体中的自由电子在做定向运动时，要跟金属正离子频繁碰撞，每秒的碰撞次数高达 10^{15} 次，这些碰撞阻碍了自由电子的定向运动，表示这种阻碍作用的物理量称为电阻。任何物体都有电阻，常见的电阻如图 1-16 所示。



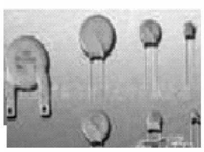
(a)金属膜电阻



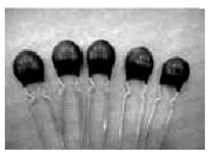
(b)碳膜电阻



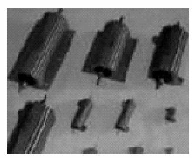
(c)阻尼电阻



(d)压敏电阻



(e)热敏电阻



(f)大功率电阻

图 1-16　常见的电阻

在保持温度（如 20 ℃）不变的条件下，实验结果表明，电阻值的大小与电阻率、导体的长度、导体的横截面积有关，即

$$R=\rho\frac{l}{S} \tag{1-8}$$

式中，R 为导体的电阻(Ω)；ρ 为电阻率(Ω·m)；l 为导体的长度(m)；S 为导体的横截面积，(m^2)。

常用的电阻单位还有千欧(KΩ)和兆欧(MΩ)，它们之间的换算关系为 1 MΩ$=10^3$ kΩ$=10^6$ Ω。

电阻通常分为线性电阻（伏安特性曲线为直线）和非线性电阻（伏安特性曲线为曲线）。常用电阻器类型表示为：RX 表示线绕电阻器、RT 表示碳膜电阻器、RJ 表示金属膜电阻器、RS 表示实心电阻器。

例 1-1　一台电动机的线圈由直径 1.2 mm 的漆包铜线绕成，在 20 ℃时电阻为 1.61 Ω，求共用了多长的导线。($\rho=1.69\times10^{-8}$ Ω·m)

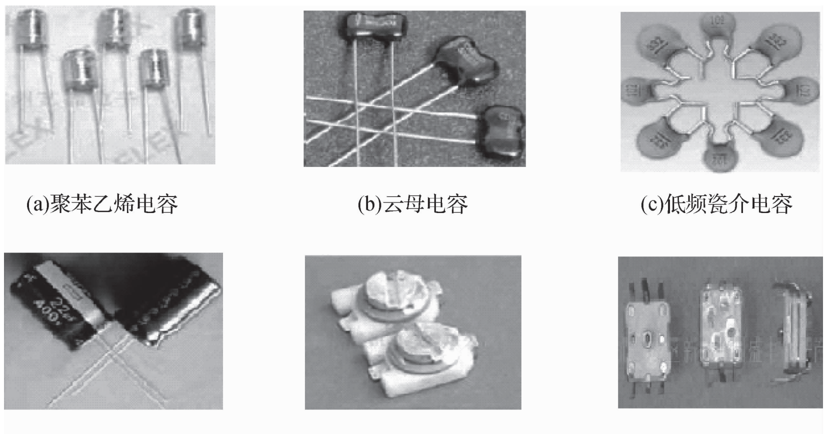
解

$$S=\frac{\pi}{4}d^2=\frac{\pi}{4}\times(1.2\times10^{-3})^2\ \mathrm{m}^2\approx1.13\times10^{-6}\ \mathrm{m}^2$$

$$l=R\frac{S}{\rho}=1.61\times1.13\times10^{-6}/(1.69\times10^{-8})\ \mathrm{m}\approx108\ \mathrm{m}$$

2. 电容

电容是电路中的基本元件之一，在各种电子产品和电力设备中有着广泛的应用。在电子技术中电容常用于滤波、移相、选频等电路，还能起到隔直、旁路等作用；在电力系统中电容可用来提高系统的功率因数。常见的电容如图 1-17 所示。



(a)聚苯乙烯电容　(b)云母电容　(c)低频瓷介电容

(d)铝电解电容　(e)陶瓷介质微调电容　(f)薄膜介质可变电容

图 1-17　常见的电容

对于一定的电容，极板上所聚集的电荷与外加的电压成正比，如果比例系数是一常数，这种电容元件就是线性的，其比例系数就是电容的电容量，简称电容。电容的大小为极板上聚集的电荷量 Q 与极板间电压 U 的比值，即

$$C=\frac{Q}{U} \tag{1-9}$$

式中，C 为电容(F)。

常用的电容单位还有毫法(mF)、微法(μF)、纳法(nF)和皮法(pF)，它们之间的换算关系为$1\ \mathrm{F}=10^3\ \mathrm{mF}=10^6\ \mu\mathrm{F}=10^9\ \mathrm{nF}=10^{12}\ \mathrm{pF}$。

3. 电感

电感也是电路中的基本元件之一，在电子技术和电力系统中，常常可以看到用导线绕制而成的线圈，如收音机中的高频扼流圈、日光灯电路中的镇流器、电子电路中的扼流圈、电动机中的绕组等。常见的电感如图 1-18 所示。

当电感线圈中有电流通过时，线圈周围就建立了磁场，即有磁力线穿过线圈，形成封闭的磁力线。

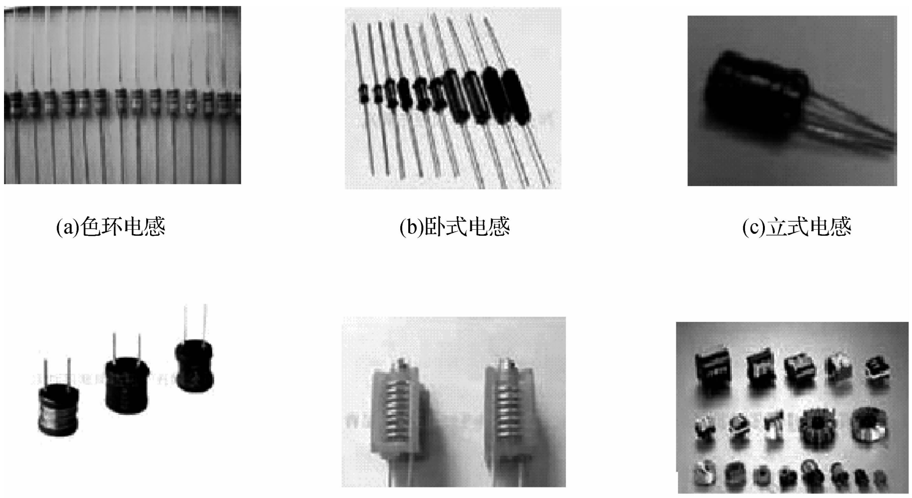
磁链与磁通量通常是由通过线圈的电流 i 产生的，当线圈中无铁磁材料时，磁链 ψ 与电流 i 成正比，其比例系数定义为线圈的电感，比例系数为常数的电感又称为线性电感。电感

可用符号 L 来表示，即

$$L=\frac{\psi}{i}\text{或}\psi=Li \tag{1-10}$$

式中，L 为电感(H)。

常用的电感单位还有毫亨(mH)和微亨(μH)，它们之间的换算关系为 1 H$=10^3$ mH$=10^6$ μH。



(a)色环电感　(b)卧式电感　(c)立式电感

(d)工字电感　(e)可调电感　(f)共模电感

图 1-18　常见的电感

补充知识　基本元器件相关知识

1. 电阻的特性

视频
电阻器的检测

温度不变时，用同种材料制成的横截面积相等而长度不相等的导线，导体的电阻 R 与它的长度 l 成正比；长度相等而横截面积不相等的导线，导体的电阻 R 与它的横截面积 S 成反比；导体的电阻率 ρ 通常是指在 20 ℃时，长 1 m、横截面积为 1 m^2 的某种材料的电阻值。

2. 电导的概念

电阻的倒数称为电导，用符号 G 表示，即

$$G=\frac{1}{R} \tag{1-11}$$

由式(1-11)可见，导体的电阻越小，电导就越大，电导值大说明导体的导电性能良好。电导的单位是西门子(S)，简称为西。

3. 电阻率的概念

电阻成型后，其电阻值固定不变。但由于温度的变化，可能会使电阻值发生改变(导体的电阻率随温度的变化而变化)。特别是温度变化较大时，电阻值的变化就不可忽视了。例如，40 W 白炽灯的灯丝电阻在不发光时约为 100 Ω，正常发光时，灯丝温度可达 2 000 ℃以上，这时的电阻超过 1 kΩ。

4. 电阻的温度系数

温度每升高 1 ℃时电阻所变动的数值与原电阻值的比，称为电阻的温度系数，以字母 α 表示，单位为 1/℃。如果在温度为 t_1 时，导体的电阻为 R_1，在温度为 t_2 时，导体的电阻为 R_2，则电阻的温度系数为

$$\alpha=\frac{R_2-R_1}{R_1(t_2-t_1)} \tag{1-12}$$

即

$$R_2=R_1[1+\alpha(t_2-t_1)] \tag{1-13}$$

常用的导体材料在 20 ℃时的电阻率和温度系数可参照相关的技术资料。

5. 电阻的基本参数

电阻的基本参数有标称阻值、阻值误差、额定功率、最高工作温度、最高工作电压、静噪声电动势等。选用电阻时，一般只考虑标称阻值、阻值误差和额定功率，其他几项参数，只有在特殊需要时才考虑。

(1)标称阻值。电阻的标称阻值是指电阻表面所标的阻值。例如，E24 系列中的 1.5 Ω、15 Ω、150 Ω、1.5 kΩ、15 kΩ 等。

(2)阻值误差。实际阻值与标称阻值的差值除以标称阻值所得的百分数就是阻值误差。普通电阻的阻值误差一般为±5％、±10％、±20％。

(3)额定功率。电阻接入电路后，通过电流时便会发热，如果温度过高就会被烧毁。通常，在规定温度和(9.6～10.4)×10^5 Pa 的大气压下，电阻在交流或直流电路中能长期连续工作所消耗的最大功率称为额定功率。

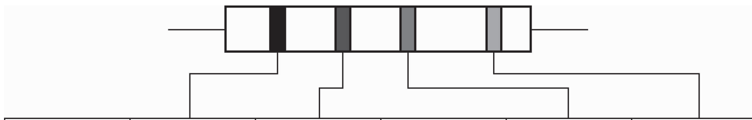
6. 电阻的标注方法

电阻的标称阻值、阻值误差、额定功率等参数一般用数字和文字符号直接标在电阻的表面上，称为直接标注法；也可用代表不同含义的颜色环表示，即色环标注法。

色环电阻是电子电路中最常用的电子元件，它是在普通电阻的封装上涂上不同颜色的色环，用来区分电阻的阻值。色环标注颜色醒目，标志清晰，不易褪色，从各方向都能看清阻值和偏差，有利于电气设备的装配、调试和检修，因此国际上广泛采用色环标注法。色环电阻的基本单位有欧姆、千欧和兆欧。

色环电阻可以分为四环和五环，自左至右进行识读，其色环属性说明如图 1-19 所示。

由图 1-19 可知，四环电阻前两环为数字，第三环表示阻值倍乘的数，最后一环为误差；五环电阻前三环为数字，第四环表示阻值倍乘的数，最后一环为误差。误差标注通常是金、银和棕三种颜色，金色的误差为 5％，银色的误差为 10％，棕色的误差为 1％，无色的误差为 20％，另外偶尔还有以其他颜色代表更精确一些的误差。



颜色	第一段	第二段	第三段	倍乘	误差
黑色	0	0	0	1	—
棕色	1	1	1	10	±1%
红色	2	2	2	100	±2%
橙色	3	3	3	1k	—
黄色	4	4	4	10k	—
绿色	5	5	5	100k	±0.5%
蓝色	6	6	6	1M	±0.25%
紫色	7	7	7	10M	±0.10%
灰色	8	8	8	—	±0.05%
白色	9	9	9	—	—
金色	—	—	—	0.1	±5%
银色	—	—	—	0.01	±10%
无色	—	—	—	—	±20%

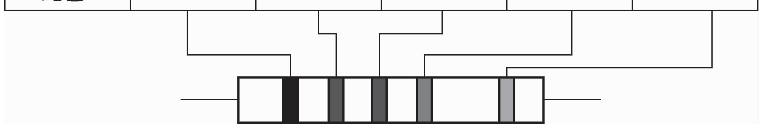


图 1-19 电阻色环属性说明

7. 电容的充、放电

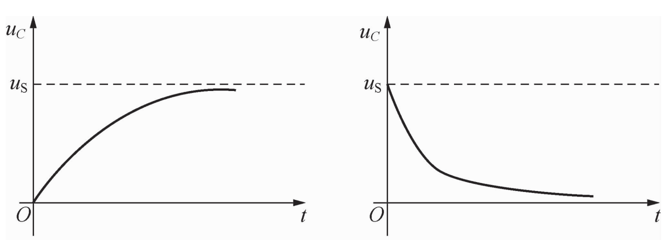
设电容元件两端电压与电流为关联参考方向，当电容两端电压有 $\mathrm{d}u$ 变化时，电容上的电荷量也必有相应的 $\mathrm{d}q$ 变化，则

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(Cu)}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

电容中随时间变化的电压与电流的乘积称为瞬时功率，即

$$p=ui=Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

当 $p>0$ 时，说明电容是从外部电路消耗功率，这时电容充电，即把电能转换成电场能并存储在电容里；当 $p<0$ 时，说明电容是向外部电路输出功率，这时电容放电，即把电场能转换成电能释放在电路里。这说明电容只是存储能量并进行能量的转换，理想的电容元件不消耗电能。电容充、放电曲线如图 1-20 所示。



(a)充电曲线 (b)放电曲线

图 1-20 电容充、放电曲线

8. 电感的充、放电

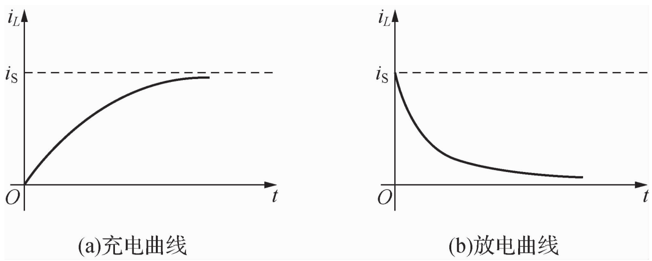
理想电感元件的瞬时功率为

$$p=ui=Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1-16}$$

当 $p>0$ 时，说明电感元件是从外部电路消耗功率，这时电感元件充电，即把电能转换成磁场能并存储在电感元件里；当 $p<0$ 时，说明电感元件是向外部电路输出功率，这时电感元件放电，即把磁场能转换成电能释放在电路里。这说明电感元件只是存储能量并进行能量的转换，理想的电感元件不消耗电能。电感充、放电曲线如图 1-21 所示。

视频
电感器的检测

视频
电感器工作原理

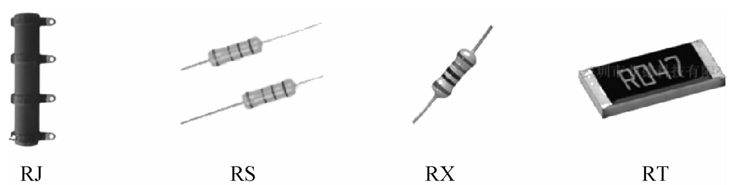


(a)充电曲线　(b)放电曲线

图 1-21　电感充、放电曲线

课堂实战

1. 对应连线。

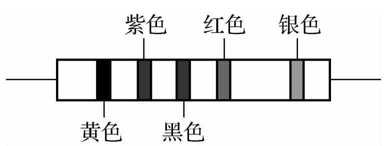


2. 电阻值识读(色环电阻)。

(1)R_1：阻值为 3 300 Ω，允许误差±5%的电阻。画出该电阻的色环并标注颜色说明。

(2)R_2：阻值为 620 Ω，允许误差±10%的电阻。画出该电阻的色环并标注颜色说明。

(3)根据下图所示色环电阻 R_3，说明该电阻的电阻值及允许误差。



二、欧姆定律

1. 部分电路欧姆定律

1826 年，德国物理学家欧姆通过实验总结出，线性电阻 R 两端所加的电压 U 与其通过的电流 I 成正比，如图 1-22 所示，即

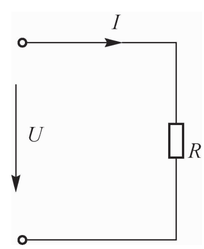


图 1-22　部分电路

$$U=RI \tag{1-17}$$

也可以写成

$$I=\frac{U}{R} \tag{1-18}$$

式(1-17)与式(1-18)中的电阻是一个与通过它的电流无关的常数，这样的电阻称为线性电阻，线性电阻上的电压、电流的相互关系遵守欧姆定律。当流过电阻上的电流或电阻两端的电压变化时，电阻的阻值也随之改变，这样的电阻就称为非线性电阻。

微课
欧姆定律

如果在电路的某一支路中不但有电阻元件，而且有电源，如图1-23所示，可先设定有关电压、电流的参考方向，再列出 a、b 两点之间的电压方程为

$$U_{ab}=R_1I+E_1+R_2I-E_2$$

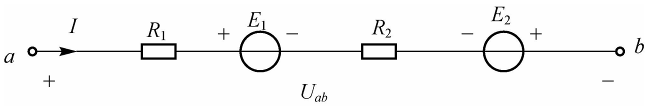


图 1-23　含有电源的支路

经整理后，可得

$$I=\frac{U_{ab}+(E_2-E_1)}{R_1+R_2}$$

如果在电路中含有多个电阻和多个电源，那么，可以写出

$$I=\frac{\pm U\pm E}{\sum R} \tag{1-19}$$

式(1-19)中，当端电压 U 与电流 I 为关联参考方向时，端电压取“+”，反之取“−”；当电动势 E 与电流 I 的参考方向一致时，电动势取“+”，反之取“−”。

2. 全电路欧姆定律

一个包含电源、负载在内的闭合电路称为全电路，电源的内部一般都是有电阻的，这个电阻称为电源的内电阻，用 R_0 表示。开关 S 闭合时，负载 R_L 上就有电流通过，如图1-24所示，电流大小为

$$I=\frac{U_S}{R_0+R_L} \tag{1-20}$$

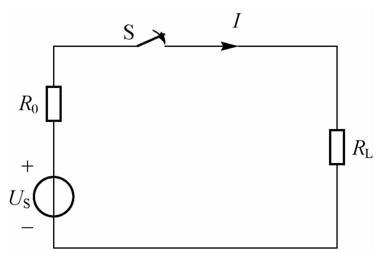


图 1-24　全电路

例 1-2　如图1-25所示，已知电源电压 $U=5\ \text{V}$，内阻 $R_0=1\ \Omega$，外接负载 $R_L=4\ \Omega$，试计算开关 S 断开与闭合两种情况下的电压 U_{ab} 和 U_{cd}。

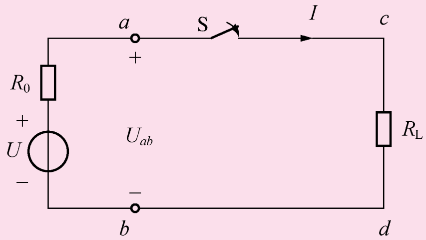


图 1-25　例 1-2 的电路图

解　(1)开关 S 断开时，电流 $I=0$，根据欧姆定律，R_0 和 R_L 上的电压为 0 V，可得到

$$U_{ab}=5\ \text{V}, U_{ad}=0\ \text{V}$$

(2)开关 S 闭合时，根据欧姆定律可得到

$$I=\frac{U}{R_0+R_L}=\frac{5}{1+4}\ \text{A}=1\ \text{A}$$

$$U_{ab}=U_{ad}=IR_L=1\times4\ \text{V}=4\ \text{V}$$

问题与思考

问题 1　电路中的基本元器件有哪几种？性质分别是什么？

思考并回答：

问题 2　欧姆定律分为哪几种情况？各自的性质是什么？

思考并回答：

学习单元三　电路的基本连接

引言　本学习单元详细介绍了电路中电池、电阻、电容及电感的串并联性质。通过对本学习单元的学习，学生能够掌握这几种元件的串并联性质。

一、电池的连接

在实际应用中，常常需要有较高的电压或较大的电流，也就需要把几个相同的电池连在一起使用，连在一起使用的几个电池称为电池组。电池的基本接法有串联和并联两种。

1. 电池的串联

把第一个电池的正极和第二个电池的负极相连接，再把第二个电池的正极和第三个电池的负极相连接，像这样依次连接起来，就组成了串联电池组，如图 1-26 所示。第一个电池的正极就是电池组的正极，最后一个电池的负极就是电池组的负极。

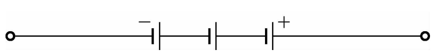


图 1-26　串联电池组

设串联电池组由 n 个电动势都是 E、内电阻都是 R_0 的电池组成，则整个电池组的电动势为

$$E_{串}=nE \tag{1-21}$$

由于电池是串联的，电池的内电阻也是串联的，因此，串联电池组的内电阻为

$$R_{0串}=nR_0 \tag{1-22}$$

所以，串联电池组的电动势等于各个电池电动势之和，其内电阻等于各个电池内电阻之和。

串联电池组的电动势比单个电池的电动势高，因此，当用电器的额定电压高于单个电池的电动势时，可以用串联电池组供电，但是这时全部电流要通过每个电池，所以，用电器的额定电流必须小于单个电池允许通过的最大电流。

2. 电池的并联

把电动势相同的电池的正极和正极相连接，负极和负极相连接，就组成了并联电池组，如图 1-27 所示。并联在一起的正极是电池组的正极，并联在一起的负极是电池组的负极。

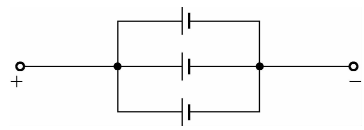


图 1-27　并联电池组

设并联电池组由 n 个电动势都是 E、内电阻都是 R_0 的电池组成，则并联电池组的电动势为

$$E_{并}=E \tag{1-23}$$

由于电池是并联的，电池的内电阻也是并联的，所以，并联电池组的内电阻为

$$R_{0并}=\frac{R_0}{n} \tag{1-24}$$

由 n 个电动势和内电阻都相同的电池连成的并联电池组，其电动势等于一个电池的电动势，它的内电阻等于一个电池内电阻的 n 分之一。

并联电池组的电动势虽然不高于单个电池的电动势，但是每个电池中通过的电流只是全部电流的一部分。

二、电阻的连接

视频
串联电路和并联电路

视频
电阻串联

1. 电阻的串联

把两个或两个以上的电阻连接成一串，使电流只有一条通路的连接方式称为电阻的串联。两个电阻构成的串联电路，也可以用一个等效电阻来代替，如图 1-28 所示。串联电阻的特点如下。

（1）电路中流过每个串联电阻的电流都相等，即

$$I_{串}=I_1=I_2 \tag{1-25}$$

（2）电路两端的总电压等于各电阻两端的电压之和，即

$$U_{串}=U_1+U_2 \tag{1-26}$$

（3）电路中总电阻等于各串联电阻之和，即

$$R_{串}=R_1+R_2 \tag{1-27}$$

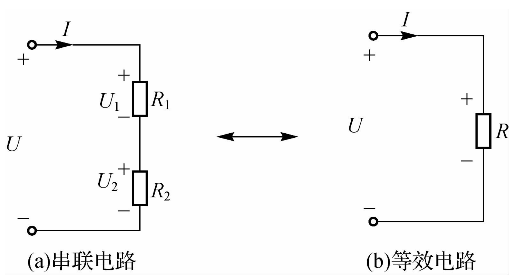


图 1-28　两个电阻构成的串联电路

总电阻还等于总电压除以电流，即

$$R_{串}=\frac{U_{串}}{I_{串}}$$

(4)电路中各电阻上的电压与各电阻的阻值成正比，即

$$\begin{cases} U_1=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}U \\ U_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}U \end{cases} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2} \tag{1-28}$$

(5)串联电路中，电路的总功率 P 等于消耗在各串联电阻上的功率之和，即

$$P=P_1+P_2 \tag{1-29}$$

电阻串联应用十分广泛，在实际工作中，常常采用几个电阻串联的方法构成分压器，使同一电源能供给几个不同的电压，用小阻值电阻的串联来获得较大阻值的电阻。利用串联电阻的方法，可以限制和调节电器中电流的大小，但分压电阻上有一定的功率损耗，若损耗太大，将不采用这一方法。在电工测量中，常用串联电阻来扩大电压表的量程，以便测量较高的电压。

2. 电阻的并联

把两个或两个以上的电阻并列地连接在两点之间，使每一电阻两端承受电压相同的连接方式称为电阻的并联。两个电阻构成的并联电路，也可以用一个等效电阻来代替，如图 1-29 所示。并联电阻的特点如下。

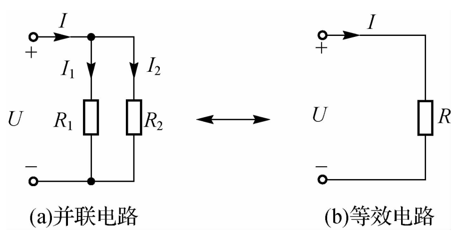


图 1-29　两个电阻构成的并联电路

(1)电路中的总电流等于流过每个并联电阻的电流之和，即

$$I_{并}=I_1+I_2 \tag{1-30}$$

(2)电路中各电阻两端的电压相等，并且等于电路两端的电压，即

$$U_{并}=U_1=U_2 \tag{1-31}$$

视频
电阻并联

(3)电路的总电阻的倒数，等于各并联电阻的倒数之和，即

$$\frac{1}{R_{并}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \tag{1-32}$$

总电阻还等于总电压除以电流，即

$$R_{并}=\frac{U_{并}}{I_{并}} \tag{1-33}$$

(4)电路中各电阻上的电流与各电阻的阻值成反比，即

$$\begin{cases} I_1=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I \\ I_2=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}I \end{cases} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1} \tag{1-34}$$

(5)并联电路中，电路的总功率等于各支路电阻消耗的功率之和，即

$$P=P_1+P_2 \tag{1-35}$$

在并联电路中，各支路电阻上所消耗的功率与电阻值成反比，即电阻越小，消耗的功率

越大。

并联电路的应用也是十分广泛的，凡额定电压相同的负载几乎全部采用并联，这样任何一个负载正常工作时都不影响其他负载，实际应用中可根据需要来接通或断开各个负载。

3. 电阻的混联

在实际电路中，既有电阻的串联，又有电阻的并联的连接方式，称为混联。对于混联电路的计算，就要根据电路的具体结构，按照串联和并联电路的定义和性质，进行电路的等效变换，画出等效电路图，把原电路整理成具有较为直观的串、并联关系的电路，最后再进行计算。

例 1-3 如图 1-30(a)所示电路图，已知 $R_1=2\ \Omega$，$R_2=R_3=R_4=4\ \Omega$，求 a、b 间的等效电阻值。

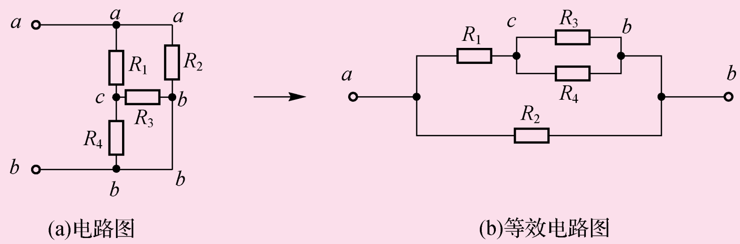


图 1-30 例 1-3 的电路图

解 将图 1-30(a)所示电路进行整理，总电流在 a 点分成两路，一条支路经 R_1 到达 c 点，另一支路经 R_2 到达 b 点，在 c 点又分成两路，一条支路经 R_3 到达 b 点，另一支路经 R_4 也到达 b 点，并在 b 点与电阻 R_2 的电流汇合为总电流，画出的等效电路图如图 1-30(b)所示。

然后根据电路中电阻的串、并联关系计算出电路总的等效电阻。

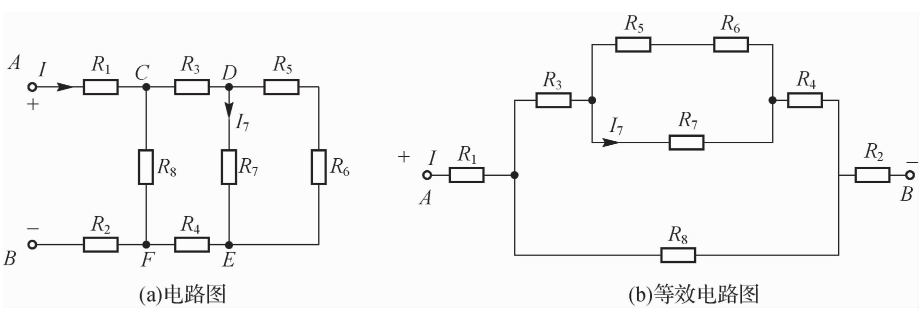
$$R_{34}=R_3//R_4=2\ \Omega$$

$$R_{134}=R_1+R_{34}=4\ \Omega$$

$$R_{ab}=R_{1234}=R_{134}//R_2=2\ \Omega$$

课堂实战

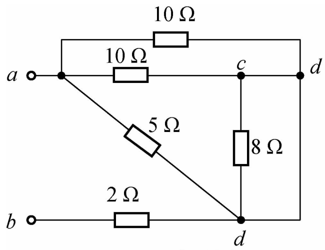
1. 如下图(a)所示，已知 $R_1=R_2=1\ \Omega$，$R_3=R_4=R_5=R_6=2\ \Omega$，$R_7=4\ \Omega$，$R_8=3\ \Omega$，电路端电压 $U_{AB}=12$ V。试求通过电阻 R_7 的电流和 R_7 两端的电压。



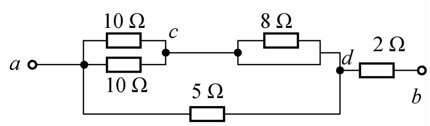
温馨提示

将电路图按电流的流向进行整理，总电流通过电阻 R_1 后在 C 点分成两路，一条支路经 R_8 到达 F 点，另一支路经过 R_3 后到达 D 点，然后又分为两路，一条支路经 R_7 到达 E 点，另一支路经 R_5 和 R_6 也到达 E 点，电流在 E 点汇合后再经 R_4 到 F 点，与刚才经 R_8 到达 F 点的电流汇合，最后汇合成总电流再通过 R_2 点，画出的等效电路图如图(b)所示。

2. 如下图(a)所示电路中，已知各电阻的阻值。求 a、b 之间的等效电阻。



(a)电路图

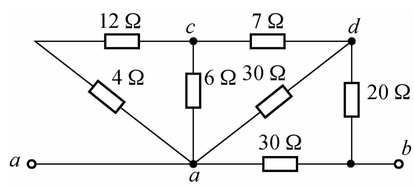


(b)等效电路图

温馨提示

首先在电路图(a)中，给每一个连接点标注一个字母(同一导线相连的各连接点只能用同一字母)，按顺序将各字母沿水平方向排列，待求端的字母置于始终两端，最后将各电阻依次填入相应的字母之间。

3. 依据以下电路图，画出等效电路图。根据串并联电路性质，计算出 a、b 间的等效电阻。



三、电容的连接

1. 电容的串联

把两个或两个以上的电容连接成一串，使电荷分布到每个电容的极板上，这种连接方式称为电容的串联，如图 1-31 所示。多个电容构成的串联电路，也可以用一个等效电容来代替。

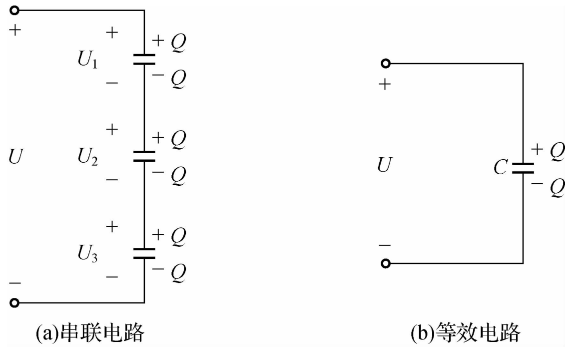


图 1-31　电容的串联

电容串联时，每个电容电荷量相等，但各电容器上两端的电压不等，有

$$Q=Q_1=Q_2=Q_3 \tag{1-36}$$

$$Q=C_1U_1=C_2U_2=C_3U_3\text{，即}\begin{cases}U_1=\dfrac{Q}{C_1}\\[2mm] U_2=\dfrac{Q}{C_2}\\[2mm] U_3=\dfrac{Q}{C_3}\end{cases} \tag{1-37}$$

可知

$$U=U_1+U_2+U_3=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)=\frac{Q}{C} \tag{1-38}$$

所以，电容串联时总电容量 C 与各电容之间的关系为

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \tag{1-39}$$

2. 电容的并联

把两个或两个以上的电容并列地连接在两点之间，使每一电容两端承受电压相同的连接方式称为电容的并联，如图 1-32 所示。多个电容构成的并联电路，也可以用一个等效电容来代替。

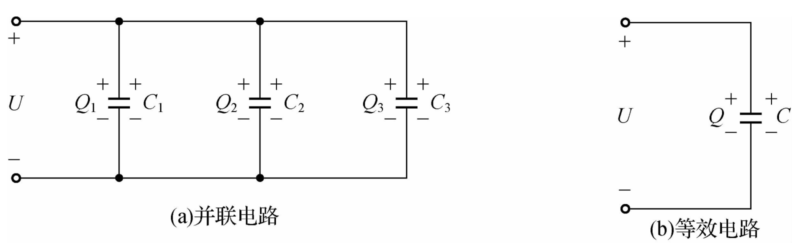


图 1-32　电容的并联

电容并联时，每个电容上两端的电压相等，各电容所存储的电荷量不同，它们从电源获得的总电荷量 Q 为

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3 \tag{1-40}$$

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q_1+Q_2+Q_3}{U}=\frac{C_1U+C_2U+C_3U}{U} \tag{1-41}$$

电容并联的等效电容量 C 与各电容的关系为

$$C=C_1+C_2+C_3 \tag{1-42}$$

四、电感的连接

1. 电感的串联

把两个或两个以上的电感连接成一串，这种连接方式称为电感的串联，如图 1-33 所示。多个电感构成的串联电路，也可以用一个等效电感来代替。

若有两个电感相串联，则其等效电感为

$$L=L_1+L_2 \tag{1-43}$$

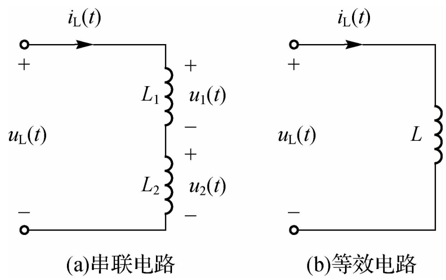


图 1-33　电感的串联

2. 电感的并联

把两个或两个以上的电感并列地连接在两点之间，使每一电感两端承受电压相同的连接方式称为电感的并联，如图 1-34 所示。多个电感构成的并联电路，也可以用一个等效电感来代替。

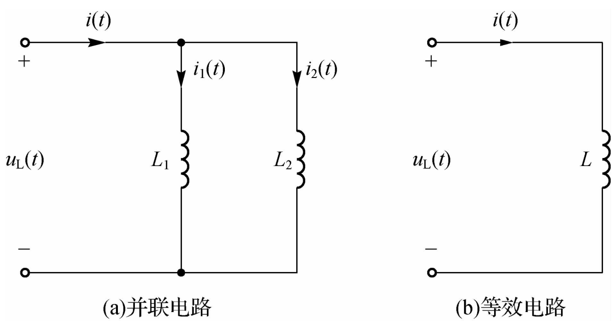


图 1-34　电感的并联

若有两个电感相并联，则其等效电感为

$$\begin{cases}\dfrac{1}{L}=\dfrac{1}{L_1}+\dfrac{1}{L_2}\\ L=\dfrac{L_1L_2}{L_1+L_2}\end{cases} \tag{1-44}$$

补充知识　电阻连接的等效变换

在电阻性电路中，有时候电阻的连接既不是串联也不是并联，那么就不能简单地用一个电阻来等效。例如，在图 1-35(a)所示的电路中，要计算电阻 R_{ab} 就不能直接用串、并联的方法。这时对电路加以改变，如将连接到三个节点 1、2、3 且构成三角形连接的电阻 R_{12}、R_{23}、R_{31} 变成星形连接，如图 1-35(b)所示，用星形连接的三个电阻 R_1、R_2、R_3 等效替换 R_{12}、R_{23}、R_{31}，这样就可以利用串、并联的方法计算等效电阻 R_{ab} 了。

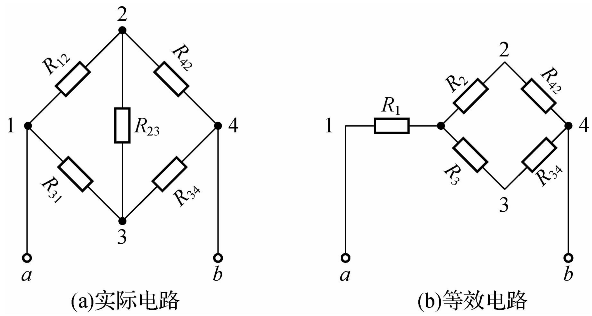


图 1-35　电阻的星形(Y 形)连接与三角形(△形)连接的应用举例

怎样实现电阻的星形(Y 形)连接和三角形(△形)连接的等效变换呢？我们可以根据等效变换的概念来实现。在图 1-36(a)所示的电路中，三个电阻 R_1、R_2、R_3 一端接到一个公共节点上，另一端与外电路 1、2、3 点相连，这样的三个电阻构成星形(Y 形)连接；在图 1-36(b)所示的电路中，三个电阻 R_{12}、R_{23}、R_{31} 分别连到外电路 1、2、3 点，构成一个三角形，这样的连接就称为三角形(△形)连接。两电路对外均连接在 1、2、3 节点上，这样若在两电路的对应端加上相同的电压 U_{12}、U_{23}、U_{31}，且流入对应端的电流分别相等，即 $I_1=I_1'$，$I_2=I_2'$，$I_3=I_3'$，则这两个电路就对外等效。

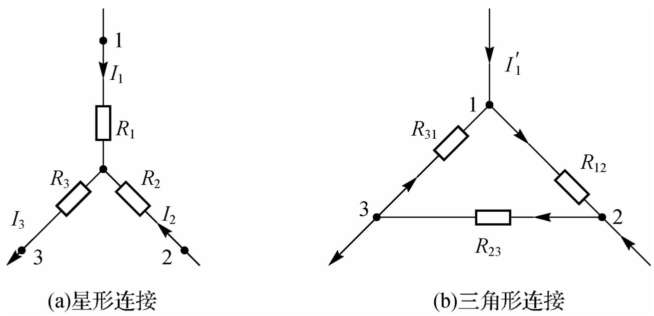


图 1-36　电阻的星形(Y 形)连接和三角形(△形)连接的电路图

(1)电路的星形(Y 形)连接等效变换成三角形(△形)连接时，有

$$R_{12}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$$

可记为

$$R_{\triangle}=\frac{\text{Y 形中两两电阻积的和}}{\text{Y 形中相对的电阻}} \tag{1-45}$$

(2)电路的三角形(△形)连接等效变换成星形(Y 形)连接时，有

$$R_1=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2=\frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3=\frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

可记为

$$R_{Y}=\frac{\triangle\text{形中相邻两电阻的积}}{\triangle\text{形中三个电阻之和}} \tag{1-46}$$

星形(Y 形)连接也称为 T 形连接,如图 1-37(a)所示;三角形(△形)连接也称为Ⅱ形连接,如图 1-37(b)所示。

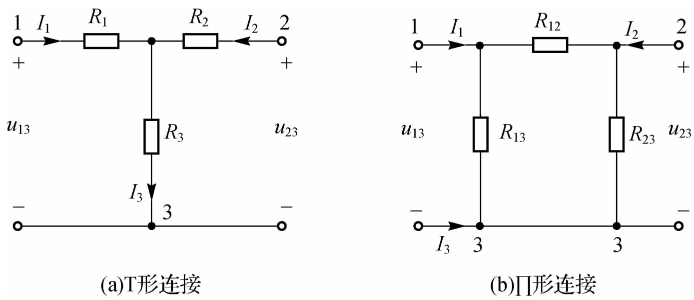


图 1-37　电阻的 T 形(Y 形)连接和Ⅱ形(△形)连接

例 1-4　在图 1-38(a)所示电路中,已知 $R_1=10\ \Omega$, $R_2=30\ \Omega$, $R_3=22\ \Omega$, $R_4=4\ \Omega$, $R_5=60\ \Omega$, $U_S=22$ V,求电流 I。

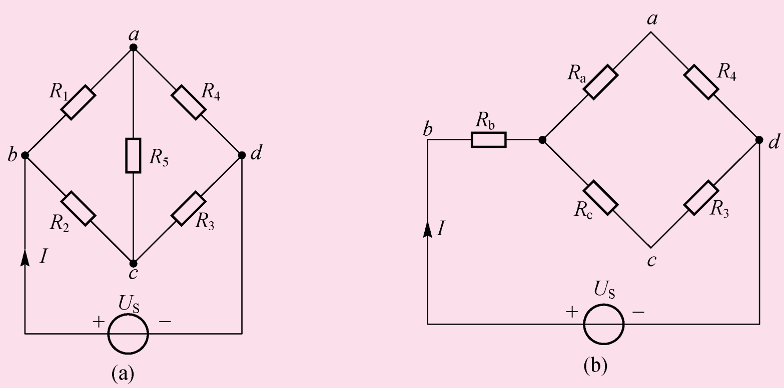


图 1-38　例 1-4 的电路图

解　图 1-38(a)所示电路中的 5 个电阻之间既不是串联也不是并联,既含有△形电路又含有 Y 形电路,因此等效变换方案有多种,现仅选一种,如图 1-38(b)所示。根据三角形(△形)连接等效变换成星形(Y 形)连接的公式可得

$$R_a=\frac{R_1R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{10\times60}{10+30+60}\ \Omega=6\ \Omega$$

$$R_b=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_5}=\frac{10\times30}{10+30+60}\ \Omega=3\ \Omega$$

$$R_c=\frac{R_2R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{30\times60}{10+30+60}\ \Omega=18\ \Omega$$

再用串、并联的方法求出等效电 R_{bd}。

$$R_{bd}=R_b+\frac{(R_a+R_4)(R_c+R_3)}{R_a+R_c+R_3+R_4}=3\ \Omega+\frac{(6+4)\times(18+22)}{6+18+22+4}\ \Omega=11\ \Omega$$

则总电流为

$$I=\frac{U_S}{R_{bd}}=\frac{22}{11}\ \text{A}=2\ \text{A}$$

问题与思考

问题 1 电池、电阻的串并联性质有哪些?

思考并回答:

问题 2 电容、电感的串并联性质有哪些?

思考并回答:

实验二 电路中电阻的串、并联实验

实验目的

用实验证明电路中电阻串并联的基本规律；
学习使用电压表、电流表，熟练使用万用表。

实验仪器与设备

可调直流稳压电源 2 台；
直流电压表 3 块；
直流电流表 3 块；
万用表 3 块；
电位、电压测定实验电路板 1 块；
连接线 1 组；
220 Ω、470 Ω 电阻各 2 个；
1 kΩ 电阻 1 个。

实验内容

按电阻串联连接实验电路，并调整电源输出电压；
使用万用表分别测量各电阻的电压、电流值并记录；
按电阻并联连接实验电路，并调整电源输出电压；
使用万用表分别测量各电阻的电压、电流值并记录。

实验预习要点

电压表、电流表的使用方法；
电阻串联电路的基本性质；
电阻并联电路的基本性质。

实验结果

记录实验数据，验证电阻串并联的性质；
计算各电压、电流值，并对误差做必要的分析；
计算出各电阻的功率。

实验报告

填写实验日志；
记录实验数据；
计算各电阻的电压、电流、功率值。

实验考核评价

知识掌握考核；
能力操作考核；
职业素养考核。

模块小结

1. 电路按其作用通常由电源、负载和中间环节三部分组成。电路中的基本物理量包括电流、电压、电位、电动势、电功、电功率等。

2. 电流和电压包含瞬时值和恒定值，其方向也是变化的。电流和电压的参考方向是人为假定的，实际方向与参考方向相同，则 $I>0$（或 $U>0$），反之，则 $I<0$（或 $U<0$）。电压和电流的参考方向一致定为关联参考方向，否则为非关联参考方向。

3. 电气设备的额定值通常是指额定电流、额定电压和额定功率。

4. 电路的状态包含有载状态、开路状态（正常开路和故障开路）、短路状态。

5. 电路中的基本元件包括电阻、电容、电感，其中，电阻为线性元件，电容和电感均为储能元件，电路中利用欧姆定律（全电路欧姆定律和部分电路欧姆定律）实现简单的计算。

6. 电路的连接分电源连接（电池组）和负载连接，电池的连接有串联和并联。负载的连接电阻有串联、并联和混联；电容有串联和并联；电感有串联和并联。

7. 对于连接比较复杂的电气元件，可通过等效变换的方式进行简化，然后在进行分析和计算。电路中的功率分消耗功率（负载）和输出功率（电源）。

模块检测

一、填空题

1. 电路一般由________、________、________三个部分组成，它的功能有________、________两种。

2. 阻值为 2 700 Ω，允许误差为 5% 的电阻，用色环法标注（四色环）时，从左到右分别是________、________、________、________。

3. 在电路中，如果 $I_{ab}=-8$ A，则表示实际方向与参考方向________，从________指向________。

4. 电位的大小与参考点的选择________，电压的大小与参考点的选择________。

5. 通过某个元件的电压为 12 V，电流为 −3 A，电压与电流为非关联参考方向，则此元件的功率为________，在电路中是________元件。

二、判断题

1. 电源电动势的大小由电源本身的性质决定，与外电路无关。 （　　）

2. 导体的长度和横截面积都增大一倍，其电阻值也增大一倍。 （　　）

3. 电阻两端的电压为 8 V 时，电阻值为 10 Ω；当电压升至 16 V 时，电阻值将为 20 Ω。 （　　）

4. 几个电阻并联后的总电阻值一定小于其中任一个电阻的阻值。 （　　）

5. 在电阻分压电路中，电阻值越大，其两端的电压就越高。 （　　）

6. 在电阻分流电路中，电阻值越大，流过它的电流就越大。　　（　　）

三、选择题

1. R_1 和 R_2 为两个串联电阻，已知 $R_1=2R_2$，若 R_1 上消耗的功率为 2 W，则 R_2 上消耗的功率为________。

A. 2 W　　B. 4 W　　C. 1 W　　D. 0.5 W

2. R_1 和 R_2 为两个并联电阻，已知 $R_1=2R_2$，若 R_1 上消耗的功率为 2W，则 R_2 上消耗的功率为________。

A. 2 W　　B. 4 W　　C. 1 W　　D. 0.5 W

四、计算题

1. 长 100 m，截面积为 2 mm^2 的铜导线，在 50 ℃时的电阻是多少？

2. 用色环法标注下列各电阻。

(1)0.02 Ω±0.5%　　(2)205 Ω±1%　　(3)4.7 kΩ±10%

3. 如图 1-39 所示，已知 $U_{2\Omega}=2$ V，求 U_{ab} 的大小。

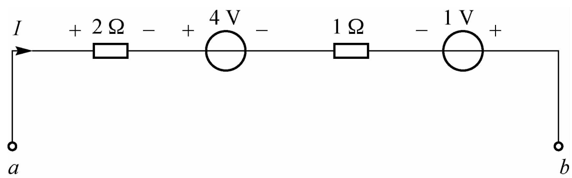


图 1-39　题 4-3 的电路图

4. 一台抽水机的电动机的功率为 2.8 kW，每天运行 6 h，一个月(30 天)消耗多少电能？

5. 一只“110 V，8 W”的指示灯，现在要接在 380 V 的电源上，要串联多大阻值的电阻？该电阻功率是多少？

6. 如图 1-40 所示，已知电源电动势 $E_1=18$ V，$E_3=5$ V，内阻 $r_1=1$ Ω，$r_2=1$ Ω，外电阻 $R_1=4$ Ω，$R_2=2$ Ω，$R_3=6$ Ω，$R_4=10$ Ω，电压表的读数是 28 V，求电源电动势 E_2 和 A、B、C、D 各点的电位。

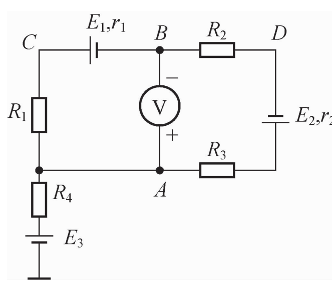


图 1-40　题 4-6 的电路图

模块二 直流电路的分析与计算

模块导读

本模块在基本直流电路概念的基础上介绍了电路分析和计算的基本方法，包括电路的等效变换、支路电流法、网孔电流法、节点电压法、叠加定理、戴维南定理等运算定律。这些方法常用在分析计算结构较复杂的电路中，使学生对直流电路的知识有一个全面的了解。

学习单元一　电压源和电流源

引言　本学习单元主要介绍了电路中的电压源与电流源的主要特性和电源的等效变换，等效变换是电工技术中常用的分析方法，要重点掌握。

一、电压源

1. 电压源的概念

电源在产生电能的同时，也有能量的消耗，人为地把电源消耗的电能视为一个称作内阻的电阻所消耗的电能，那么任何一个实际的电源都可以用一个理想电压源 E 和内阻 R_0 相串联的电路模型来表示，这种电路模型称为电压源模型，简称电压源。

2. 电压源的伏安特性

图 2-1 所示的电路就是实际电压源模型，图中 R_0 就是电压源的内阻。在使用电源时，人们最关心的问题是当负载变化时，电路中的电流 I 与电源的端电压 U 将如何变化，因而有必要来研究电源的端电压 U 与输出电流 I 之间的关系，这种关系称为电源的伏安特性。实际电压源的伏安特性方程式为

$$U=E-R_0I \tag{2-1}$$

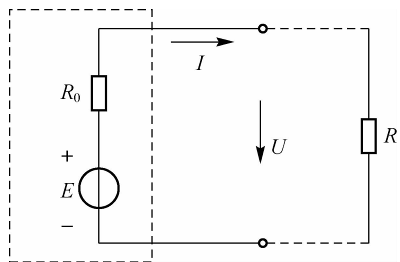


图 2-1　实际电压源模型

式(2-1)中，E 和 R_0 都是常数，故 U 和 I 之间呈线性关系。当电源开路时，$I=0$，开路电压 $U=U_0=E$；当电压源短路时，$U=0$，短路电流 $I=I_S=E/R_0$，这样用两点法可以作出电压源的伏安特性曲线，如图 2-2 所示，它表明了电压源的端电压 U 与输出电流 I 之间的关系。

图 2-2 表明，当实际电压源输出电流 I 增大时，端电压 U 随之下降，这说明电压源外接负载的电阻越小，落在电源内电阻 R_0 上的压降就越高，电源的端电压越低，R_0 越小，则直线越平。在理想状态下电源产生电能时不消耗电能，这时 $R_0=0$，它的伏安特性是一条平行于横轴的直线，表明负载变化时，电源的端电压恒等于电源的电动势，即 $U=E$。这种不消耗电能，两端电压保持恒定，不受输出电流影响的电压源称为理想电压源，其符号如图 2-3 所示。

在日常生活中，理想电压源实际上是不存在的，但如果电源的内电阻远小于负载电阻($R_0 \ll R$)，则端电压基本恒定，就可以忽略 R_0 的影响，认为这是一个理想电压源。

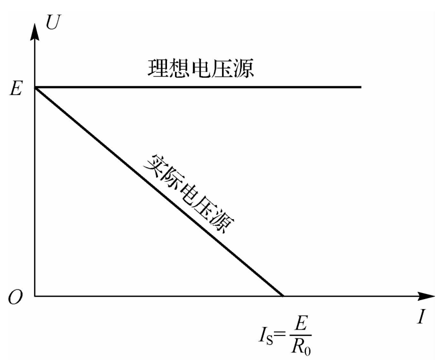


图 2-2　实际电压源和理想电压源的伏安特性曲线

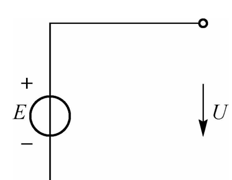


图 2-3　理想电压源模型

二、电流源

1. 电流源的概念

一个实际电源除可以用电压源模型来表示外，还可以用电流源模型来表示，任何一个实际的电源都可以用一个理想电流源 I_S 和内阻 R_0 相并联的电路模型的组合来表示，这种电路模型称为电流源模型，简称电流源。

2. 电流源的伏安特性

图 2-4 所示的电路就是电流源与外电路的连接，图中 R_0 就是电流源的内阻。

直流电压源的伏安特性方程 $U=E-R_0I$ 可改写为

$$I=\frac{E}{R_0}-\frac{U}{R_0}=I_S-\frac{U}{R_0} \tag{2-2}$$

式(2-2)中，$I_S=E/R_0$ 是电源的短路电流，I 是电源的输出电流，U 是电源的端电压，R_0 为电源内电阻。I_S 和 R_0 是常数，U 和 I 之间是线性关系。当电流源开路时，$I=0$，$U=U_0=I_SR_0$；当电流源短路时，$U=0$，$I=I_S$。用两点法可以作出电流源的伏安特性曲线，如图 2-5 所示，它表明了电流源的端电压 U 与输出电流 I 之间的关系。

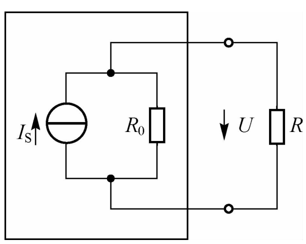


图 2-4　电流源与外电路的连接

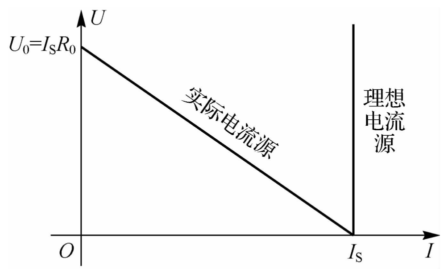


图 2-5　实际电流源和理想电流源的伏安特性曲线

图 2-5 表明，R_0 越大，伏安特性曲线就越陡。在理想情况下，$R_0=\infty$，伏安特性曲线是一条平行于纵轴的直线，表明负载变化时，电流源的输出电流恒等于电流源的短路电流，即 $I=I_S$。这种输出电流恒定，不受端电压影响的电流源称为理想电流源，其符号如图 2-6 所示。

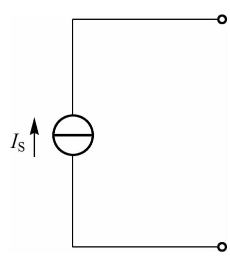


图 2-6　理想电流源模型

理想电流源实际上也是不存在的，但如果电源的内电阻远大于负载电阻($R_0\gg R$)，则电流基本恒定，也可将其认为是理想电流源。

三、电源的等效变换

1. 电路等效的一般概念

如果有两个内部结构和元件参数完全不同的电路 B 和 C，如图 2-7(a)、图 2-7(b)所示。若 B 与 C 有完全相同的电压、电流关系(即给 B 加电压 u，产生电流 i，给 C 加相同的

电压 u，产生的电流 i 与 B 的电流 i 相等)，则称 B 与 C 是互为等效的。这就是电路等效的一般定义。

相互等效的两个电路在电路分析中可以相互代换，代换前后对 B 和 C 以外的电路中的电压、电流等电量不产生任何影响，如图 2-8 所示，若 B 与 C 是等效的，则对 A 电路来说，用图 2-8(a)与用图 2-8(b)求 A 中的各电量效果相同。

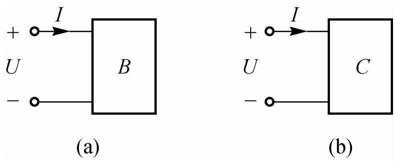


图 2-7　电路的等效

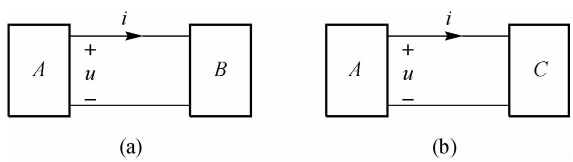


图 2-8　电路的等效代换

这种等效在实际中可以经常见到。例如，额定值为“220 V，1 kW”的白炽灯和额定值为“220 V，1 kW”的电炉，虽然其结构和性能完全不同，但是，对 220 V 电源来说，从电源取用的电流和功率完全相等；再如，用干电池和稳压电源给收音机供电，所起到的效果相同，对收音机来说，干电池和稳压电源是等效的。

根据以上的定义和分析，可以得出以下结论：电路等效变换的条件是相互等效的两个电路具有完全相同的电压、电流关系。电路等效变换的对象是外电路中的电压、电流及功率。电路等效变换的目的是使对电路的分析计算更加简单。

这里特别强调一点，求等效变换的两个电路中的电压和电流等电量时，必须回到原电路中去计算，即在图 2-8(a)的 B 电路中求不出图 2-8(b)中 C 电路中的电压和电流，反之亦然。但是，可以先用 B 电路代替 C 电路，求出图 2-8(a)中的电压 u 和电流 i 之后，以此为已知，再回到图 2-8(b)计算 C 电路中的电压和电流。

2. 电压源与电流源的等效变换

在某些情况下，实际电源适宜用实际电压源的模型表示，另一些情况下则适宜用实际电流源的模型表示。对于外电路来说，只要电源的外特性一样，则用哪一种模型来表示，所起的作用都是一样的。这就是说，实际电源既可以用电压源模型表示，也可以用电流源模型表示，即只要满足前述的等效条件，二者就可以等效互换。其中 R_0 的大小保持不变，只是接法发生了改变。

由图 2-9(a)实际电压源的模型可得出

输出电压　　$U=U_S-R_0I$

输出电流　　$I=\dfrac{U_S-U}{R_0}$

由图 2-9(b)实际电流源的模型可得出

输出电压　　$U=R_0(I_S-I)$

输出电流　　$I=I_S-\dfrac{U}{R_0}$

所以等效变换的条件为

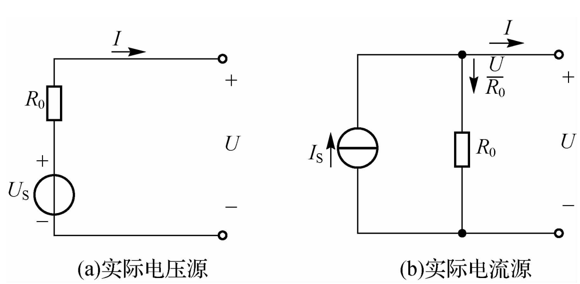


图 2-9　实际电压源与实际电流源的等效变换

$$U_S = R_0 I_S \quad 或 \quad I_S = \frac{U_S}{R_0} \tag{2-3}$$

实际电压源模型与实际电流源的模型等效变换时，应注意以下几点。

(1)电压源与电流源的等效变换关系只是对电源的外电路而言的，对电源内部则是不等效的。例如，当电流源外电路开路时，$I=0$，$U=E=I_S R_0$，内部仍有电流 I_S，故内阻上仍有功率损耗；但电压源在开路时，内阻上并不损耗功率。

(2)理想电压源与理想电流源不能相互等效变换。因为理想电压源的 $U=E$ 是恒定不变的，而 I 决定于外电路负载，是不恒定的；理想电流源的 $I=I_S$ 是恒定的，U 决定于外电路负载，是不恒定的，故两者不能等效。

(3)任何与电压源并联的元件不影响电压源电压的大小，在分析计算其外部电路时可以舍去，以简化其余电路的分析，但在计算电压源内部电路时不可以舍去，如图 2-10 所示。

(4)任何与电流源串联的元件不影响电流源电流的大小，在分析计算其外部电路时可以舍去，以简化其余电路的分析，但在计算电流源内部电路时不可以舍去，如图 2-11 所示。

(5)变换前后要注意两种电路模型的极性必须一致，即电流源流出电流的一端与电压源的正极性端相对应。

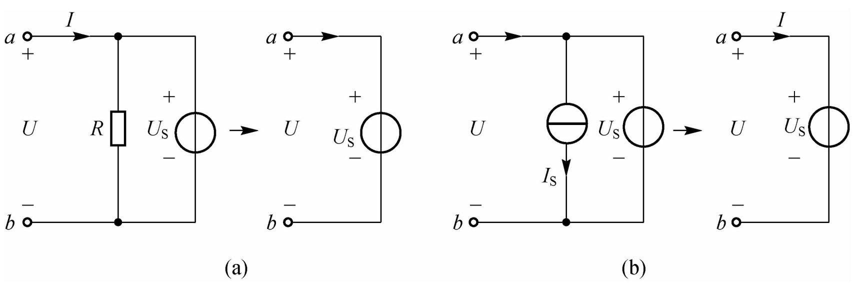


图 2-10　与理想电压源并联的元件在计算外部电路时可以舍去

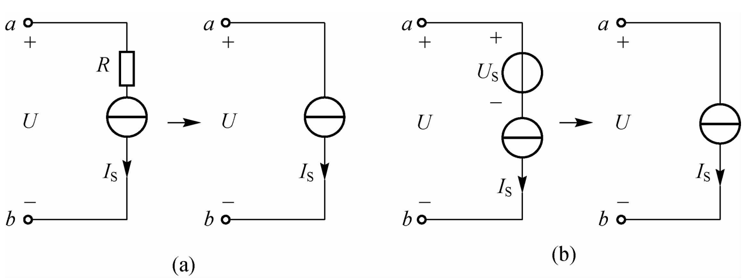
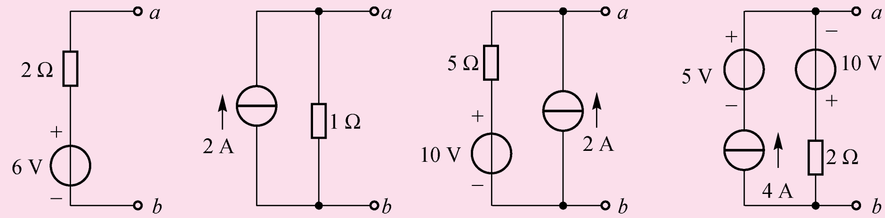


图 2-11　与理想电流源串联的元件在计算外部电路时可以舍去

由此得出结论：电压源与任何线性元件并联时，都可等效成电压源；电流源与任何线性元件串联时，都可等效成电流源。

例 2-1　图 2-12 所示电路中，各元件参数如图所示，用电源模型等效变换的方法作出其等效电路图。



(a)　(b)　(c)　(d)

图 2-12　例 2-1 的电路图

解　(1)图 2-12(a)所示为一电压源，可等效变换为如图 2-13 所示的电流源。

(2)图 2-12(b)所示为一电流源，可等效变换为如图 2-14 所示的电压源。

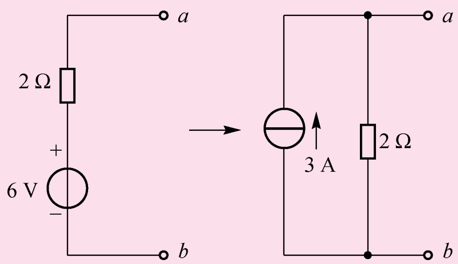


图 2-13　例 2-1(1)的解

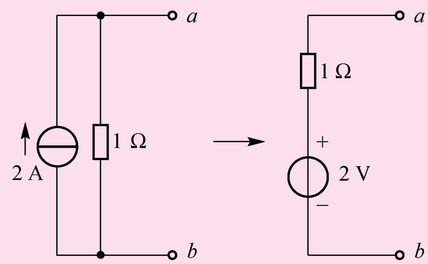


图 2-14　例 2-1(2)的解

(3)先将图 2-12(c)中电压源变换为电流源，再与 2 A 电流源并联成一个电流源，如图 2-15 所示。

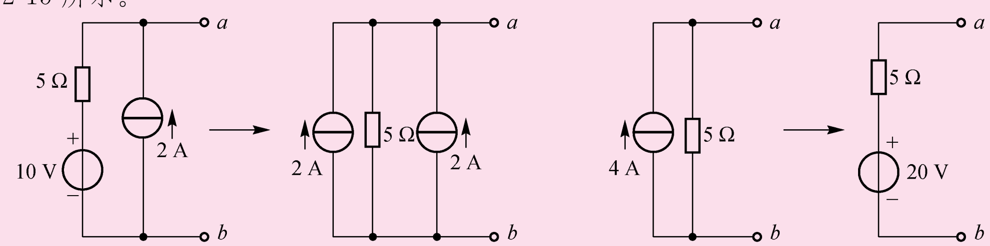


图 2-15　例 2-1(3)的解

(4)将图 2-12(d)中 5 V 电压源用短路线代替，不影响它所在这段电路的电流大小，因此图 2-12(d)所示电路的等效变换如图 2-16 所示。

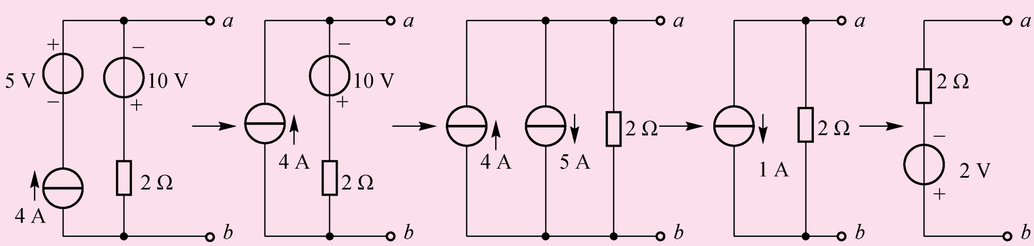
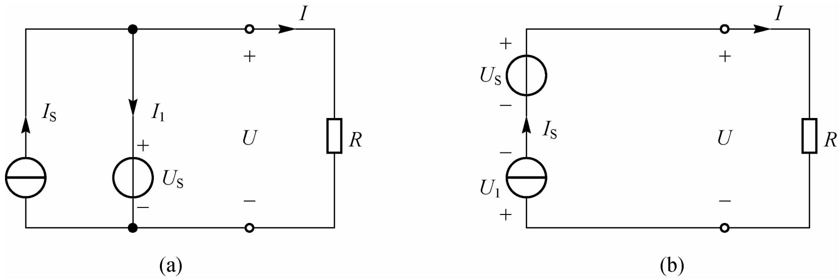


图 2-16　例 2-1(4)的解

课堂实战

1. 在下图所示的两个电路中，$U_S=20$ V，$I_S=2$ A，$R=4$ Ω，求负载 R 中的电流 I 及其端电压 U，并分析功率平衡关系。

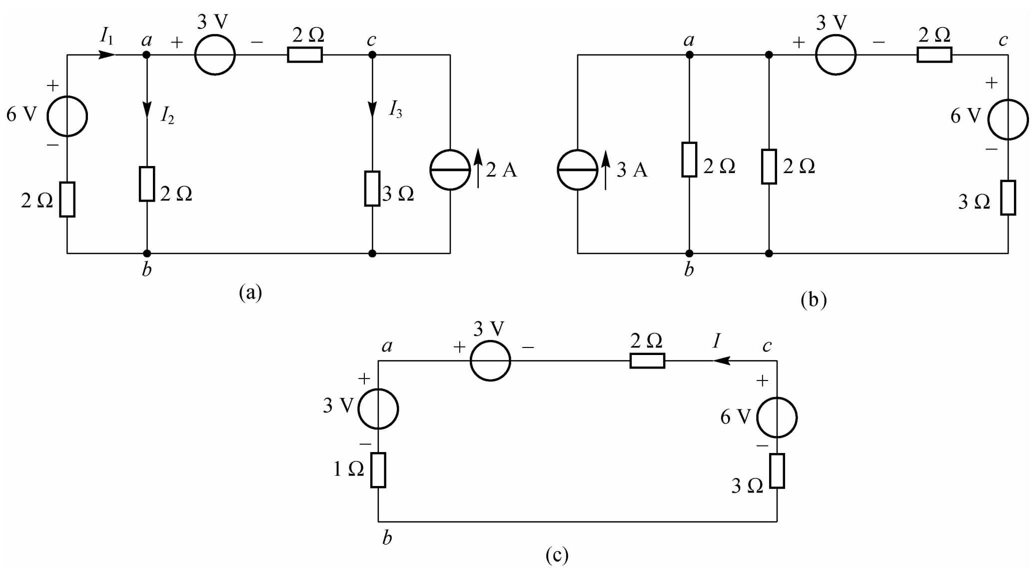


温馨提示

图(a)中，2 A 电流源与 20 V 电压源并联，不影响电压源两端电压大小，可以舍去(视为开路)。

图(b)中，20 V 电压源与 2 A 电流源串联，不影响电流源电流的大小，可以舍去(视为短路)。

2. 试求下图(a)中所示电路中的电流 I_1、I_2、I_3。



温馨提示

根据电源模型等效变换原理，可将图(a)依次变换为图(b)和图(c)。从图(a)变换到图(c)，只有 ac 这条支路未经变换，故在图(a)的 ac 支路中电流大小方向与已求出的 I 完全相同。

问题与思考

问题 1　电压源与电流源的各有什么性质？区别是什么？

思考并回答：..

....

....

问题 2　电压源与电流源等效变换的条件是什么？为什么必须满足这种条件？

思考并回答：..

....

....

实验三

电路中电压源与电流源的等效变换

实验目的

了解理想电流源与理想电压源的外部特性并掌握其测试方法；
验证电压源与电流源互相进行等效变换的条件。

实验仪器与设备

可调直流稳压电源 1 台；
可调直流恒流电源 1 台；
直流电压表 1 块；
直流电流表 1 块；
220 Ω、470 Ω、1 kΩ 电阻各 1 个；
连接线 1 组。

实验内容

测量理想电压源的外部特性；
测量理想电流源的外部特性；
验证实际电压源与电流源等效变换的条件。

实验预习要点

分析理想电压源和实际电压源输出端短路(或开路)情况时，对电源的影响；
分析理想电流源和实际电流源输出端短路(或开路)情况时，对电源的影响。

实验结果

记录实验数据，绘出所测电压源与电流源的外部特性曲线；
从实验结果，验证电压源和电流源是否等效。

实验报告

填写实验日志；
记录实验数据；
根据实验数据，绘出电源的外特性曲线，并总结归纳其特点。

实验考核评价

知识掌握考核；
能力操作考核；
职业素养考核。

学习单元二　电路的分析与计算

引言　本学习单元着重介绍了复杂直流电路的基本分析和计算方法，其中以支路电流法最为基本，这些分析方法不仅适用于直流电路，也同样适用于交流电路，必须牢固掌握并会熟练应用。

一、电路的基本定律和定理

1. 基尔霍夫定律

分析与计算电路的基本定律，除了欧姆定律外，还有 1845 年，德国物理学家基尔霍夫阐明的复杂电路中关于电流和电压的两条定律，即基尔霍夫电流定律和电压定律。基尔霍夫定律适合各类电路模型，电流定律应用于节点，电压定律应用于回路。

1）名词解释

（1）二端元件。具有两个端钮可与外部电路相连接的元件称为二端元件。普通电阻元件、电感元件、电容元件、电压源、电流源均为二端元件。如图 2-19 所示，电路中含有 6 个二端元件，即 R_1、R_2、R_3、R_4、E_1、E_2。

（2）支路。电路中由一个或若干元件串联组成的一条分支称为一条支路，用字母 b 表示。如图 2-19 所示电路中，$b=3$（即 $A—D$ 为无源支路，$A—B—C—D$ 和 $A—F—E$ 为有源支路）。

（3）节点。电路中三条或三条以上支路的公共连接点就称为节点，用字母 n 表示。如图 2-19 所示电路中，$n=2$（即 A 点和 D 点）。这里 A、B、F 和 D、C、E 分别为同一节点。

（4）回路。由一条或多条支路所组成的闭合电路称为回路，用字母 l 表示。如图 2-17 所示电路中，$l=3$（即 $A—B—C—D—A$ 回路、$A—D—E—F—A$ 回路和 $A—B—C—D—E—F—A$ 回路）。

（5）网孔。内部不包含其他支路的回路称为网孔，用字母 m 表示。如图 2-17 所示电路中，$m=2$（即 $A—B—C—D—A$ 网孔和 $A—D—E—F—A$ 网孔）。网孔一定是回路，但回路不一定是网孔。

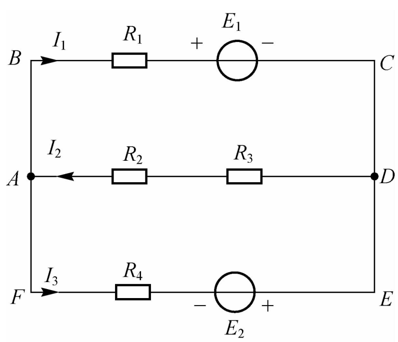


图 2-17　电路名词示意图

2）基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律简称为 KCL，描述的是电路中任意一节点上各支路电流之间的关系。其内容为：对于电路中的任意一个节点，单位时间内流入该节点的电荷量（流入电流之和）必然等于流出该节点的电荷量（流出电流之和）。其数学表达式为

$$\sum I_{流入}=\sum I_{流出} \tag{2-4}$$

一般约定，流入电流为正，流出电流为负。

图 2-17 所示电路中，对于 A 节点，I_2 是流入的电流，I_1 和 I_3 是流出的电流，所以有

$$I_2=I_1+I_3$$

这个式子也可写成

动画
基尔霍夫电流定律

$$I_2-I_1-I_3=0$$

因此，基尔霍夫电流定律也可表示为：在任一节点上，各电流的代数和等于零。其数学表达式为

$$\sum I=0 \tag{2-5}$$

以图 2-18 所示电路为例，图中有 8 个二端元件，5 条支路，3 各节点，6 条回路，3 个网孔。

节点 A：$I_1-I_2-I_3=0$，即 $I_1=I_2+I_3$。

节点 B：$I_3-I_4-I_5=0$，即 $I_3=I_4+I_5$。

节点 C：$-I_1+I_2+I_4+I_5=0$，即 $I_2+I_4+I_5=I_1$。

依据电荷连续性原理，基尔霍夫电流定律不仅适用于节点，还可以扩展应用于电路中任一假想的封闭面。即任意瞬间，通过任一封闭面的电流之代数和也恒等于零，或流入任一封闭面的电流之和必然等于流出该封闭面的电流之和，该封闭面也称广义节点。

例如，图 2-19 所示的封闭面包围的电路，根据基尔霍夫电流定律，有

$$I_1+I_2-I_3=0$$

或

$$I_1+I_2=I_3$$

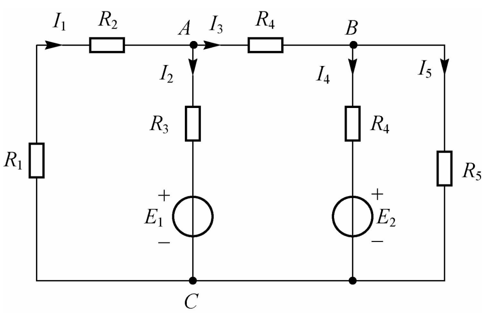


图 2-18　基尔霍夫电流定律示意图

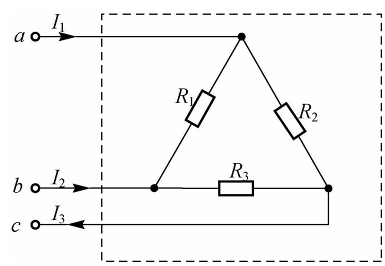


图 2-19　封闭面包围的电路示意图

视频
基尔霍夫电压定律

3）基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律简称为 KVL，描述的是电路中任一回路上各个元件两端电压之间的关系。其内容为：在任意时刻，沿任一回路循环方向（顺时针或逆时针）循环一周，回路中各段电压的代数和恒等于零。其数学表达式为

$$\sum U=0 \tag{2-6}$$

一般约定，随绕行方向电压降为正，电压升为负，反之亦可。

以图 2-20 所示电路为例，假设各条支路电流的参考方向如图所示，电阻上电压与电流的参考方向为关联参考方向，沿回路的循环方向为 $A—B—C—D—A$。根据基尔霍夫电压定律，可列出回路方程

$$U_{AB}+U_{BC}+U_{CD}+U_{DA}=0$$

根据含源支路的欧姆定律，可得出

$$U_{AB}=R_1I_1-E_1$$

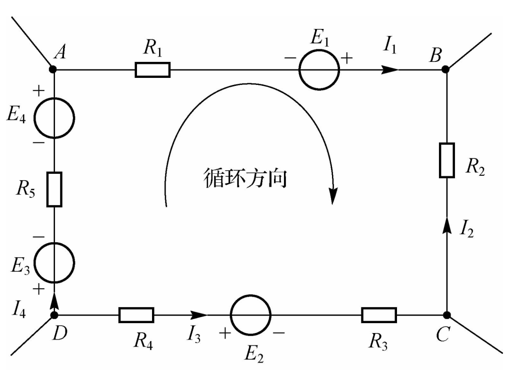


图 2-20　基尔霍夫电压定律示意图

$$U_{BC}=-R_2I_2$$
$$U_{CD}=-(R_3+R_4)I_3-E_2$$
$$U_{DA}=R_5I_4+E_3-E_4$$

将上述 4 个方程式相加，经整理可得出

$$R_1I_1-R_2I_2-(R_3+R_4)I_3+R_5I_4=E_1+E_2-E_3+E_4$$

由此可见，方程的左边是沿回路循行方向一周各电阻元件上电压降的代数和，方程的右边是沿回路循行方向一周所有电动势的代数和。由此可得出

$$\sum U_R=\sum E \tag{2-7}$$

动画
验证基尔霍夫定律

应该注意的是，当用式子 $\sum U=0$ 时，电压、电动势集中在等式的一边，若通过电阻的电流方向与循行方向一致，则该电阻上的电压取正值，反之取负值，而电源上如果电压降（由“正”指向“负”）与循行方向一致，则取正值，反之取负值。当用式子 $\sum U_R=\sum E$ 时，电压在等号左边，电动势在等号右边，若通过电阻的电流方向与循行方向一致，则该电阻上的电压取正值，反之取负值，而电源的电动势方向（由“负”指向“正”）与循行方向一致，则取正值，反之取负值。

基尔霍夫电压定律反映了回路中各元件电压间相互制约的关系，与 KCL 方程一样，KVL 方程只与电路结构有关，而与元件性质无关。

学 生

基尔霍夫定律可以应用在什么电路中，直流、交流都可以是吗？

老 师

我们应当知道，基尔霍夫电流定律与电压定律可用于任意时刻、任意性质的元件，任意变化的电流和电压，两定律只与电路结构有关。

2. 叠加定理

视频
叠加定理

对于无源元件来讲，如果它的参数不随其端电压或通过的电流而变化，则称这种元件为线性元件。由线性元件所组成的电路称为线性电路，而叠加定理就是线性电路普遍适用的基本定理，它反映了线性电路所具有的基本性质，即在线性电路中，多个电源（电压源或电流源）共同作用在任一支路所产生的响应（电压或电流）等于这些电源分别单独作用在该支路所产生响应的代数和。

在应用叠加定理考虑某个电源的单独作用时，应保持电路结构不变，将电路中的其他理想电源视为零值，亦即理想电压源短路，电动势为零；理想电流源开路，电流为零。下面通过实例说明应用叠加定理分析电路的方法。

如图 2-21(a)所示电路中有两个电源共同作用，一个是电压源 U_S，另一个是电流源 I_S。如果要求电阻 R_2 中的电流 I_2，可以把图 2-21(a)所示的电路分解为两个电源 U_S 和 I_S 分别单独作用时的电路，如图 2-21(b)和图 2-21(c)所示。

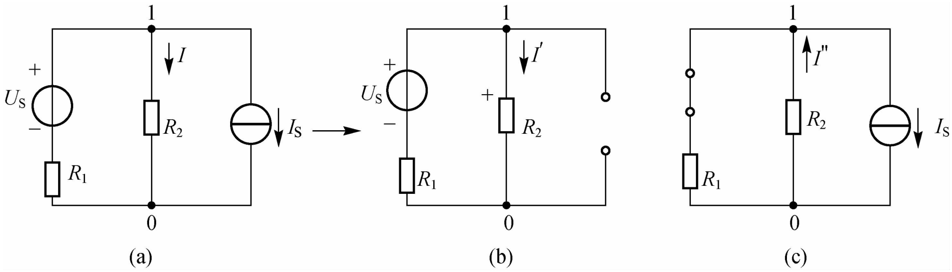


图 2-21　叠加定理示例电路图

如图 2-21(b)所示，电压源 U_S 单独作用时在电阻 R_2 上产生的电流 I'，其大小为

$$I'=\frac{U_S}{R_1+R_2}$$

如图 2-21(c)所示，电压源 I_S 单独作用时在电阻 R_2 上产生的电流 I''，其大小为

$$I''=\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S$$

由于分量 I''与原电流 I 方向相反，所以，由两个电源 U_S 和 I_S 共同作用时，在 R_2 上产生的电流 I 应为

$$I=I'+I''=\frac{U_S}{R_1+R_2}-\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S$$

使用叠加定理时，应注意以下几点。

(1)该定理只能用来计算线性电路的电流和电压，对非线性电路的响应，一般不存在叠加关系。

(2)进行叠加时要注意各电源单独作用时所产生的电压和电流分量的参考方向，求其代数和。也就是若电流或电压的参考方向与原电路中电压或电流的参考方向相同，则叠加时电压或电流取正值，否则取负值。

(3)叠加时电路的连接及所有电阻不变。所谓电压源不作用，就是用短路线代替该电压源；电流源不作用，就是在该电流源处用开路代替。

(4)由于功率不是电压或电流的一次函数，因此不能用叠加定理来计算功率。如图 2-21(a)所示的电路中，电阻 R_2 上的功率 $P=R_2I^2\neq R_2I'^2+R_2I''^2$。

例 2-2　图 2-22(a)所示电路中，$U_S=10$ V，$I_S=2$ A，$R_1=5$ Ω，$R_2=3$ Ω，$R_3=3$ Ω，$R_4=2$ Ω，应用叠加定理计算各支路电流。

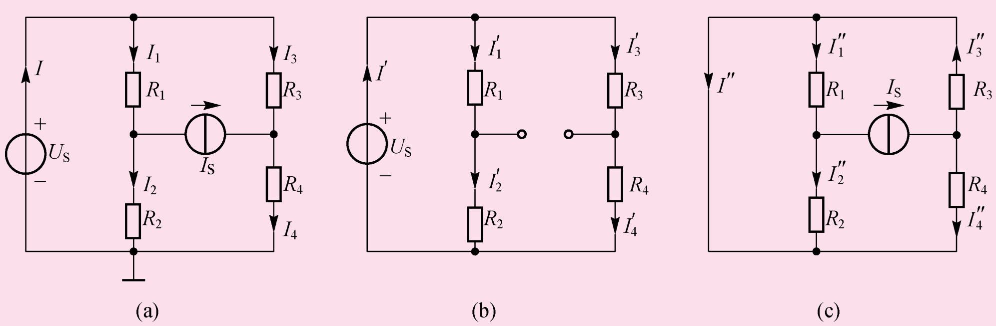


图 2-22　例 2-2 的电路图

解　该电路有两个独立电源(U_S 和 I_S)，设各支路电流参考方向如图 2-22(a)中所标，将电路分解成图 2-22(b)所示的 10 V 电压源单独作用和图 2-22(c)所示的 2 A 电流源单独作用。在图 2-22(b)中有

$$I_1'=I_2'=\frac{U_S}{R_1+R_2}=\frac{10}{5+3}\ \text{A}=1.25\ \text{A}$$

$$I_3'=I_4'=\frac{U_S}{R_3+R_4}=\frac{10}{3+2}\ \text{A}=2\ \text{A}$$

$$I'=I_1'+I_3'=(1.25+2)\ \text{A}=3.25\ \text{A}$$

在图 2-22(c)中，当 U_S 置零后，R_1 与 R_2 并联，R_3 与 R_4 并联。注意在图 2-22(c)中，R_3 支路电流 I_3''方向与图 2-22(a)的 I_3 方向相反。用电阻并联分流的关系计算各支路电流如下。

$$I_1''=\frac{R_2}{R_1+R_2}I_S=\frac{3}{5+3}\times 2\ \text{A}=0.75\ \text{A}$$

$$I_2''=-\frac{R_1}{R_1+R_2}I_S=-\frac{5}{5+3}\times 2\ \text{A}=-1.25\ \text{A}$$

$$I_3''=\frac{R_4}{R_3+R_4}I_S=\frac{2}{3+2}\times 2\ \text{A}=0.8\ \text{A}$$

$$I_4''=\frac{R_3}{R_3+R_4}I_S=\frac{3}{3+2}\times 2\ \text{A}=1.2\ \text{A}$$

$$I''=I_3''-I_1''=(0.8-0.75)\ \text{A}=0.05\ \text{A}$$

根据叠加定理计算各支路电流为

$$I_1=I_1'+I_1''=(1.25+0.75)\ \text{A}=2\ \text{A}$$

$$I_2=I_2'+I_2''=[1.25+(-1.25)]\ \text{A}=0\ \text{A}$$

$$I_3=I_3'-I_3''=(2-0.8)\ \text{A}=1.2\ \text{A}$$

$$I_4=I_4'+I_4''=(2+1.2)\ \text{A}=3.2\ \text{A}$$

$$I=I'-I''=(3.25-0.05)\ \text{A}=3.2\ \text{A}$$

3. 戴维南定理

戴维南定理又称为等效电压源定理。其内容为：任一线性有源二端网络，对其外部电路来说，都可用一个电动势为 E 的理想电压源和内阻 R_0 相串联的有源支路来等效代替。这个有源支路的理想电压源的电动势 E 等于网络的开路电压 U_0，内阻 R_0 等于相应的无源二端网络的等效电阻。

所谓相应的无源二端网络的等效电阻，就是原有二端网络所有的理想电压源及理想电流源均除去后从有源二端网络看进去的电阻，也称为入端电阻。除去理想电压源，即 $E=0$，理想电压源所在处短路；除去理想电流源，即 $I_S=0$，理想电流源所在处开路。如图 2-23 所示，R 中的电流可由下式求出

$$I=\frac{E}{R+R_0} \tag{2-8}$$

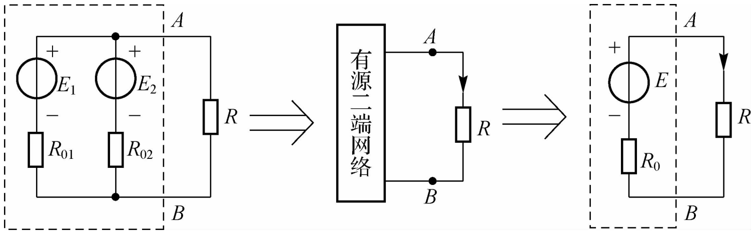
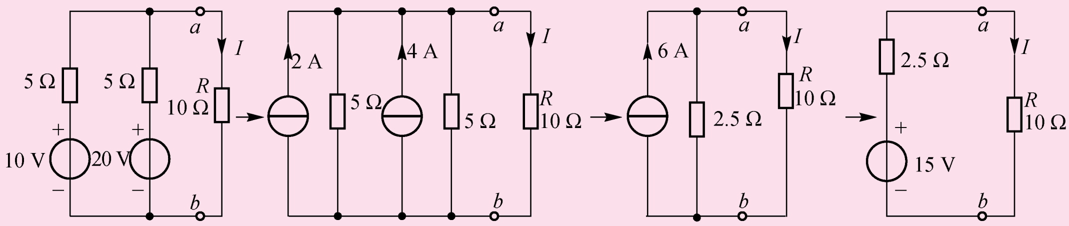


图 2-23　戴维南定理示例电路图

例 2-3　试用戴维南定理求解图 2-24(a)中电阻 R 上的电流 I。



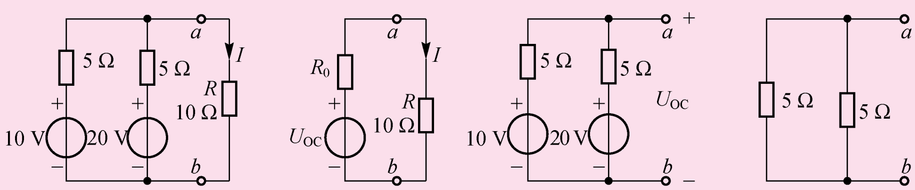
(a)　(b)　(c)　(d)

图 2-24　例 2-3 的电路图(1)

解　可以把 R 以外的网络用电源等效变换的方法加以化简，步骤如图 2-24(b)、图 2-24(c)和图 2-24(d)所示。最后根据图 2-24(d)，求出负载 R 中流过的电流为

$$I=\frac{U_{ab}}{R_0+R}=\frac{15\ \text{V}}{2.5\ \Omega+10\ \Omega}=\frac{15\ \text{V}}{12.5\ \Omega}=1.2\ \text{A}$$

若根据戴维南定理，将 R 支路以外的其余部分所构成的有源二端网络，用一个电压源 U_0 和电阻 R_0 相串联的电压源模型去等效代替。如图 2-25 所示，可得出开路电压 U_{ab}＝15 V，等效电阻 R_0＝2.5 Ω。



(a)原电路　(b)戴维南等效电路　(c)求开路电压　(d)求等效电阻

图 2-25　例 2-3 的电路图(2)

二、复杂电路的分析与计算

1. 支路电流法

(1)电路方程的独立性。为了完成一定的电路功能，在一个实际电路中，人们总是将元件组合连接成一定的结构形式，于是就出现了支路、节点、回路和网孔。那么设电路中有 b 条支路，n 个节点，l 个回路，m 个网孔，可以证明，由 KCL 可列出 $n-1$ 个独立的电流方程，由 KVL 可列出 m 个独立的电压方程，总的电路独立方程的个数为$(n-1)+m=b$，然后解方

程组就可求出 b 条支路的电流。

(2)支路电流法。支路电流法是以完备的支路电流变量为未知量的电路分析方法，根据各个元件上的电压电流关系和电路各节点的 KCL、回路的 KVL 约束关系，建立数目足够且相互独立的方程组，求解出各个支路的电流，进而根据电路的基本关系求得其他未知量，如电压、功率和电位等。

下面以图 2-26 所示电路为例介绍用支路电流法求解电路的基本步骤。图中电压源 U_{S1}、U_{S2} 和电阻 R_1、R_2、R_3 均为已知，求各支路电流。

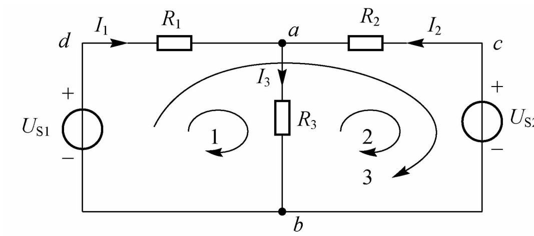


图 2-26　支路电流法示例电路图

(1)设各支路电流分别为 I_1、I_2、I_3，参考方向如图 2-26 所示。该电路有 3 条支路，2 个节点，3 个回路，2 个网孔。

(2)根据 KCL 列出节点 a 和 b 的电流方程。

节点 a：$I_1+I_2-I_3=0$。

节点 b：$-I_1-I_2+I_3=0$。

上述式子，只是各量正负相反，显然只有一个方程是独立的。一般来说，对具有 n 个节点的电路应用 KCL 列方程式时，只能得出 $(n-1)$ 个独立方程。

(3)图 2-26 所示电路中有 3 个回路，根据 KVL 列出回路电压方程。回路绕行方向如图 2-26 所示。

回路 1：$I_1R_1+I_3R_3=U_{S1}$。

回路 2：$-I_2R_2-I_3R_3=-U_{S2}$。

回路 3：$I_1R_1-I_2R_2=U_{S1}-U_{S2}$。

(4)把独立节点电流方程与独立回路的电压方程联立起来。三个未知量、三个方程，刚好可以求解出支路电流。

$$\begin{aligned} I_1+I_2+I_3&=0\\ I_1R_1+I_3R_3&=U_{S1}\\ -I_2R_2-I_3R_3&=-U_{S2} \end{aligned} \tag{2-9}$$

例 2-4　求图 2-27 所示电路中的各支路电流。

解　(1)假定各支路电流方向如图 2-27 中所示。

(2)由于该电路只有两个节点，故只能列一个 KCL 独立方程，选节点 b 为参考点，则

节点 a：$I_1+I_2-I_3=0$。

(3)按顺时针方向列出两个网孔的 KVL 独立方程为

$$2I_1-4I_2=15-10$$
$$4I_2+12I_3=10$$

(4)联立求解上面三个方程，得

$$I_1=1.5\ \text{A},I_2=-0.5\ \text{A},I_3=1\ \text{A}$$

其中，I_2 为负值，说明假定方向与实际方向相反。

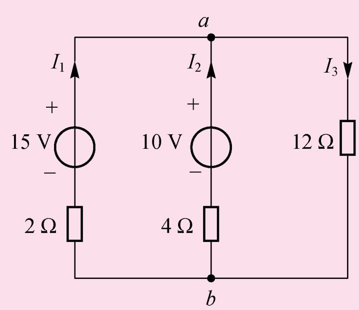


图 2-27　例 2-4 的电路图

(5)为验证所求结果正确与否,可选取一个未曾用过的回路列 KVL 方程,把求得的电流值代入方程中,若方程两边相等,说明所求值正确。那么取最大回路,则有

$$2I_1+12I_3=15$$

将 I_1 和 I_3 数值代入,得

$$左边=2\times1.5+12\times1=3+12=15=右边$$

说明求出的值正确无误。

2. 网孔电流法

设想在每个网孔中,都有一个电流沿网孔边界环流,如图 2-28 所示,这样一个在网孔内环行的假想电流,称为网孔电流。网孔电流法就是以假设的网孔电流为未知量,应用 KVL 列写网孔回路电压方程组分析电路的一种方法。实际各支路电流是流过该支路的个网孔电流的代数和,电路中其他的未知量可在各网孔电流求得后进一步求取。

图 2-28 所示电路中含有 3 条支路、2 个节点、2 个网孔、3 个回路,各元件的参数和有关电流、电压的参考方向如图所示。

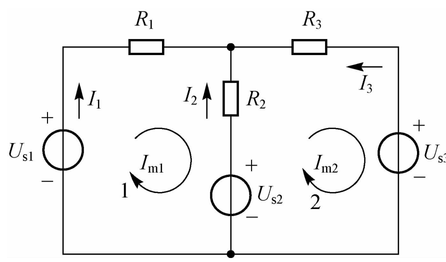


图 2-28　网孔电流法示例电路图

假设图 2-28 中网孔 1、2 的网孔电流分别为 I_{m1} 和 I_{m2},循行方向均为顺时针方向,那么在网孔 1 里,电流 I_{m1} 为假设正方向,电阻 R_1 只有一个正电流 I_{m1},电阻 R_2 有一个正电流 I_{m1},还有一个和 I_{m1} 方向相反的负电流 I_{m2},则根据 KVL 可列出回路方程

$$R_1I_{m1}+R_2I_{m1}-R_2I_{m2}=U_{S1}-U_{S2} \qquad (2\text{-}10)$$

在网孔 2 里,电流 I_{m2} 为假设正方向,电阻 R_3 只有一个正电流 I_{m2},电阻 R_2 有一个正电流 I_{m2},还有一个和 I_{m2} 方向相反的负电流 I_{m1},则根据 KVL 定律可列出回路方程

$$R_3I_{m2}+R_2I_{m2}-R_2I_{m1}=U_{S2}-U_{S3} \qquad (2\text{-}11)$$

联立式(2-10)和式(2-11)得

$$\begin{cases}R_1I_{m1}+R_2I_{m1}-R_2I_{m2}=U_{S1}-U_{S2}\\R_3I_{m2}+R_2I_{m2}-R_2I_{m1}=U_{S2}-U_{S3}\end{cases}$$

即可求出 I_{m1} 和 I_{m2} 的值,再计算各之路的电流:

$$I_1=I_{m1},I_2=I_{m2}-I_{m1},I_3=-I_{m2}$$

例 2-5　如图 2-29 所示的电路中,已知$U_{S1}=12\ \text{V}$,$U_{S2}=7.5\ \text{V}$,$U_{S3}=1.5\ \text{V}$,$R_1=0.1\ \Omega$,$R_2=0.2\ \Omega$,$R_3=0.1\ \Omega$,$R_4=2\ \Omega$,$R_5=6\ \Omega$,$R_6=10\ \Omega$,求各支路电流。

解　该电路的支路数 $b=6$,节点数 $n=4$,网孔数 $m=3$。选定网孔电流 I_a、I_b、I_c 的循行方向如图所示。

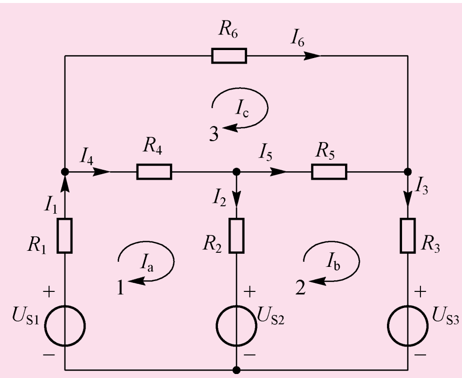


图 2-29　例 2-5 的电路图

各网孔的回路方程如下。

回路 1:$(R_1+R_2+R_4)I_a-R_2I_b-R_4I_c=U_{S1}-U_{S2}$。

回路 2：$(R_2+R_3+R_5)I_b-R_2I_a-R_5I_c=U_{S2}-U_{S3}$。

回路 3：$(R_4+R_5+R_6)I_c-R_4I_a-R_5I_b=0$。

代入已知参数得

$$\begin{cases}(0.1+0.2+2)I_a-0.2I_b-2I_c=12-7.5\\(0.2+0.1+6)I_b-0.2I_a+(-6I_c)=7.5-1.5\\(2+6+10)I_c-2I_a-6I_b=0\end{cases}$$

解联立方程组得

$$I_a=3\ \text{A},I_b=2\ \text{A},I_c=1\ \text{A}$$

选定各支路电流及参考方向如图 2-31 所示，得

$$\begin{cases}I_1=I_a=3\ \text{A}\\I_2=I_a-I_b=1\ \text{A}\\I_3=I_b=2\ \text{A}\\I_4=I_a-I_c=2\ \text{A}\\I_5=I_b-I_c=1\ \text{A}\\I_6=I_c=1\ \text{A}\end{cases}$$

3. 节点电压法

如果在一个电路中有 2 个节点，那么，取其中 1 个为参考节点，其节点电压只有 1 个。只有 2 个节点的节点电压分析方法是节点电压法中的特例，称之为弥尔曼定理。2 个节点的电路可以看成是许多条支路的并联电路。

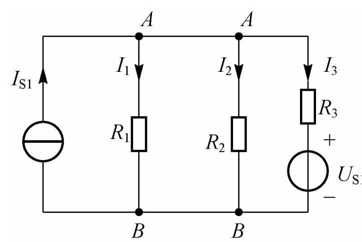


图 2-30　节点电压法示例电路图

如图 2-30 所示，电路中有 A、B 两个节点，选其中的节点 B 为参考节点，则节点 A 的节点电压为 U_{AB}，各支路电流 I_1、I_2、I_3 的参考方向如图所示。

根据含源支路的欧姆定律可得出

$$\begin{cases}I_1=\dfrac{U_{AB}}{R_1}\\I_2=\dfrac{U_{AB}}{R_2}\\I_3=\dfrac{U_{AB}-U_{S1}}{R_3}\end{cases}\tag{2-12}$$

节点 A 的 KCL 方程为

$$I_{S1}-I_1-I_2-I_3=0\tag{2-13}$$

将式(2-12)代入到式(2-13)中，可得出

$$I_{S1}-\frac{U_{AB}}{R_1}-\frac{U_{AB}}{R_2}-\frac{U_{AB}-U_{S1}}{R_3}=0$$

经整理后可得出

$$\frac{U_{AB}}{R_1}+\frac{U_{AB}}{R_2}+\frac{U_{AB}}{R_3}=\frac{U_{S1}}{R_3}+I_{S1}$$

所以

$$U_{AB}=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_3}+I_{S1}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{\sum\dfrac{\pm U_S}{R}\pm\sum I_S}{\sum\dfrac{1}{R}} \tag{2-14}$$

式(2-14)就是有 2 个节点的电路的节点电压方程式，式中分母为各支路电阻的倒数之和，恒为正，分子中电压源电压与节点电压方向相同时取正值，相反时取负值，当电流源为流进节点 A、流出参考节点 B 时为正值，反之为负值。在求得节点电压 U_{AB} 后，根据含源支路欧姆定律，各支路的电流也可以顺利求出了。

例 2-6 用节点电压法求图 2-31 所示电路中各支路电流。已知 $U_{S1}=6$ V，$U_{S2}=8$ V，$I_S=0.4$ A，$R_1=1$ Ω，$R_2=6$ Ω，$R_3=10$ Ω，$R=3$ Ω。

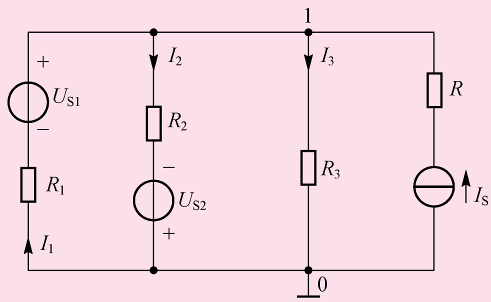


图 2-31　例 2-6 的电路图

解　设 0 点为参考点，则节点电压为 U_{10}，其值为

$$U_{10}=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1}+\dfrac{U_{S2}}{R_2}+I_S}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{\dfrac{6}{1}-\dfrac{8}{6}+0.4}{\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}}\text{ V}=4\text{ V}$$

由欧姆定律及 KVL 得

$$I_1=\frac{U_{S1}-U_{10}}{R_1}=2\text{ A}$$

$$I_2=\frac{U_{S2}+U_{10}}{R_2}=\frac{8+4}{6}\text{ A}=2\text{ A}$$

$$I_3=\frac{U_{10}}{R_3}=\frac{4}{10}\text{ A}=0.4\text{ A}$$

问题与思考

问题 1　基尔霍夫定律的定义是什么？适用于哪种情况下？

思考并回答：..

....

....

问题 2　叠加原理的特点是什么？如何进行计算？

思考并回答：..

....

....

实验四

基尔霍夫定律及叠加定理的验证

实验目的

验证基尔霍夫定律的正确性，加深对基尔霍夫定律的理解；
验证线性电路叠加定理的正确性，加深对叠加定理的理解；
熟练各仪器、仪表的使用。

实验仪器与设备

可调直流稳压电源 1 台；
可调直流电压表 1 块；
可调直流电流表 1 块；
数字万用表 1 块；
电阻、导线若干。

实验内容

测出各个支路的电流值；
测出每两点之间的电压值；
每个电源单独作用时的电压、电流值。

实验预习要点

先计算出各电流、电压值，以便根据大小选择量程；
测量叠加定理中每个电源单独作用时的电压、电流值，在实验中如何处理；
各元件的功率如何计算，能否应用叠加定理。

实验结果

完成实验测试，选定某支路的任一节点，验证基尔霍夫电流定律的正确性；
选定某一回路，验证基尔霍夫电压定律的正确性；
根据实验数据验证线性电路的叠加性。

实验报告

填写实验日志，计算出各电流、电压值；
记录实验数据，并与计算结果相比较，说明误差原因；
小结对基尔霍夫定律和叠加定理的认识。

实验考核评价

知识掌握考核；
能力操作考核；
职业素养考核。

模块小结

1. 实际电源有两种模型：一种是恒压源与电阻串联组合，另一种是恒流源与电阻并联组合。

2. 为电路提供一定电压的电源称为电压源，如果电压源内阻为零，电源将提供一个恒定不变的电压，称为恒压源。为电路提供一定电流的电源称为电流源，如果电流源内阻为无穷大，电源将提供一个恒定不变的电流，称为恒流源。

3. 两种电源模型之间等效变换的条件是 $U_S=R_0I_S$ 或 $I_S=\frac{U_S}{R_0}$。这种等效变换仅对外电路等效，对电源内部是不等效的，且在等效变换时 U_S 与 I_S 的方向应该一致。

4. 基尔霍夫电流定律，数学表达式为 $\sum I_{流入} = \sum I_{流出}$。也可表示为：在任一节点上，各电流的代数和等于零，数学表达式为 $\sum I = 0$，流入电流为正，流出电流为负。

5. 基尔霍夫电压定律，数学表达式为 $\sum U = 0$，也可表示为 $\sum U_R = \sum E$。

6. 叠加定理是线性电路中普遍使用的一个基本定理。只能叠加线性电路的电压和电流，不能叠加功率。

模块检测

一、填空题

1. 两种电源模型之间等效变换的条件是__________，且等效变换仅对________等效，而电源内部是__________的。

2. 理想电压源的输出端电压与理想电流源的输出电流是由____________确定的定值，是不随外接电路的改变而改变的。

3. 基尔霍夫电流定律的数学表达式为__________，电压定律的数学表达式为__________。

4. 在应用叠加定理考虑某个电源的单独作用时，应保持电路结构不变，将电路中的其他理想电源视为零值，亦即理想电压源__________，电动势为________；理想电流源__________，电流为________。

5. 叠加定理只适用于_______的_______和__________的计算，而不能用于________的叠加计算，因为________和电流的平方成正比，不是线性关系。

6. 一个具有 b 条支路，n 个节点（$b>n$）的复杂电路，用支路电流法求解时，需列出____个方程式来联立求解，其中__________个为节点电流方程式，________个为回路电压方程式。

二、判断题

1. 理想电压源的输出电流和电压都是恒定的，是不随负载变化而变化的。（　　）

2. 叠加定理仅适用于线性电路，对非线性电路则不适用。　　(　　)

3. 叠加定理不仅能叠加线性电路中的电压和电流，也能对功率进行叠加。　　(　　)

4. 任何一个含源二端网络，都可以用一个电压源模型来等效替代。　　(　　)

5. 用戴维南定理对线性二端网络进行等效替代时，对电路是等效的。　　(　　)

三、选择题

1. 电压源和电流源的输出端电压________。

A. 均随负载的变化而变化

B. 均不随负载的变化而变化

C. 电压源的输出端电压不变，电流源输出端电压随负载而变化

D. 电流源的输出端电压不变，电压源输出端电压随负载而变化

2. 将图 2-32 所示电路化为电流源模型，其电流 I 和电阻 R 为________。

A. 1 A，2 Ω　　B. 1 A，1 Ω　　C. 2 A，1 Ω　　D. 2 A，2 Ω

3. 将图 2-33 所示电路化为电压源模型，其电压 U 和电阻 R 为________。

A. 2 V，1 Ω　　B. 1 V，2 Ω　　C. 2 V，2 Ω　　D. 4 V，2 Ω

4. 用叠加定理计算图 2-34 中的电流 I 为________。

A. 0 A　　B. 1 A　　C. 2 A　　D. 3 A

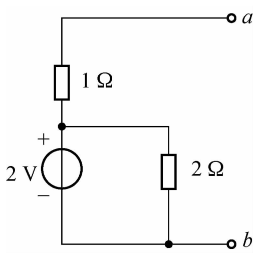


图 2-32　习题 3-2 的电路图

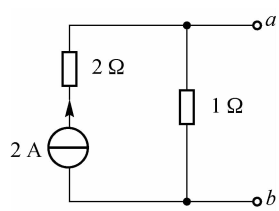


图 2-33　习题 3-3 的电路图

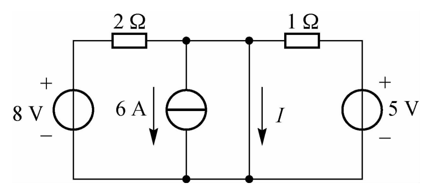


图 2-34　习题 3-4 的电路图

四、计算题

1. 用电源等效变换的方法化简图 2-35 所示各电路。

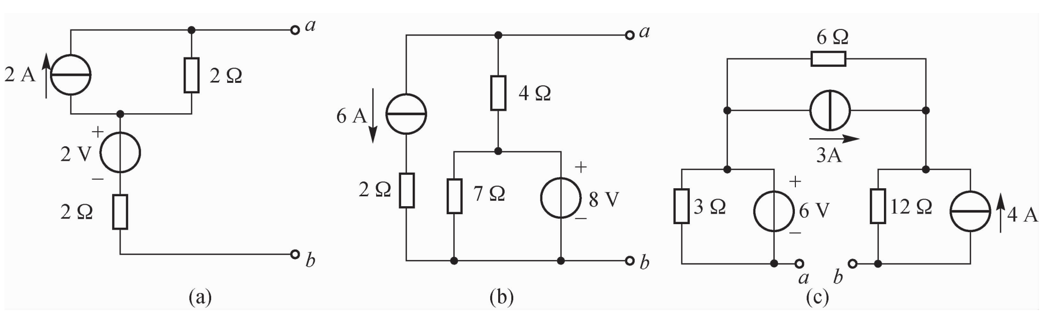


图 2-35　习题 4-1 的电路图

2. 用等效变换的方法，求图 2-36 所示电路中电流 I_1、I_2、I_3 和 I_4。

3. 利用 Y-△转换的方法求图 2-37 所示电路中的等效电阻 R_{ab}。

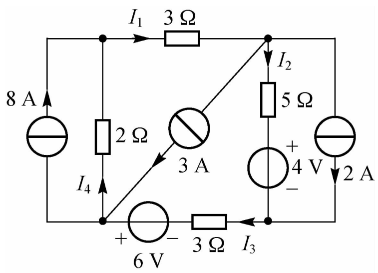


图 2-36　题 4-2 的电路图

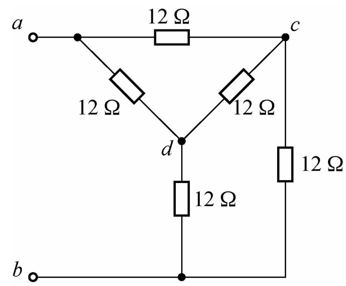


图 2-37　题 4-3 的电路图

4. 试用网孔电流法计算图 2-38 所示电路中的各支路电流。

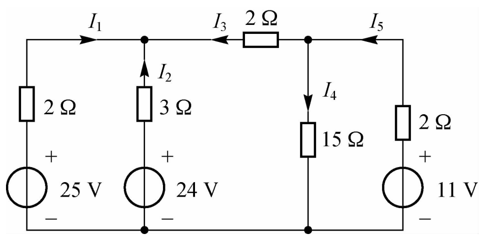


图 2-38　题 4-4 的电路图

5. 在图 2-39 中，已知 $U_{S1}=130\ V$，$U_{S2}=120\ V$，$U_{S3}=20\ V$，$R_1=R_2=2\ \Omega$，$R_3=4\ \Omega$，电压源的极性和电流方向如图所示。当将开关 S 合在 a 点时，用节点电压法求电流 I_1、I_2 和 I_3；当将开关 S 合在 b 点时，用叠加定理计算电流 I_1、I_2 和 I_3。

6. 如图 2-40 所示电路，试用戴维南定理计算电阻 3 Ω 上的电流 I。

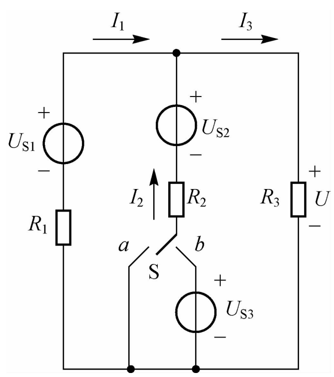


图 2-39　题 4-5 的电路图

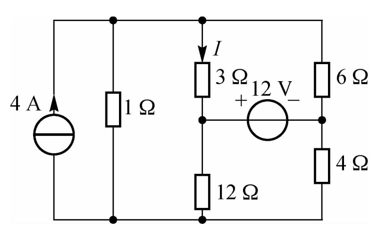


图 2-40　题 4-6 的电路图

模块三 交流电路

模块导读

本模块主要介绍正弦交流电路的基本概念，交流电路的基本元件——电阻、电容、电感元件的特性，阻抗串联、并联的特点，交流电路的有功功率、无功率功率和视在功率，交流电路功率因数及提高功率因数的意义及方法，简单介绍交流电的串联谐振。

学习单元一 正弦交流电基本概念

引言 直流电的大小和方向不随时间变化，而交流电的大小和方向随时间作周期性变化。由于交流电比较容易产生和获得，加之交流电可以利用变压器实现电压的升高或降低，从而使电能的输送效率更高，所以交流电在生产及日常生活中应用更加广泛，学习好交流电更有利于日后的工作、学习和生活。

一、正弦交流电的三要素

随时间按正弦规律作周期性变化的电动势、电压和电流称为正弦交流电，简称交流电。正弦交流电以外的其他形式的交流电，称为非正弦交流电。

任何一个交流发电机的电动势都可以用 $e(t)=E_m\sin(\omega t+\varphi)$来表示，不同的电动势具有不同的 E_m、ω、φ 数值。根据式 $e(t)=E_m\sin(\omega t+\varphi)$可以计算出正弦交流电电动势在某一时刻的大小，正弦交流电在某一时刻的大小称为交流电的瞬时值。因此，式 $e(t)=E_m\sin(\omega t+\varphi)$是正弦电动势的瞬时值表达式，简称瞬时值，记作 $e(t)$。

$e(t)$中 E_m、ω、φ 三个数值决定了正弦电动势的本质特性，E_m 称为正弦电动势的最大值，ω 称为正弦电动势的角频率，φ 称为正弦电动势的初相位。E_m、ω、φ 统称为正弦电动势的三要素，如图 3-1 所示。

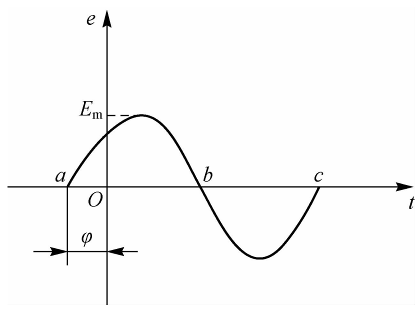


图 3-1 正弦电动势的波形图

在图 3-1 中，最大值 E_m 反映着波形高于横轴最大高度，实际中 E_m 表征了正弦电动势携带能量的多少；ω 反映着波形变化的快慢，实际表征了能量的变换速率；φ 反映着波形初始位置，实际表征了正弦电动势初始值的大小。

把对正弦电动势的描述推广至正弦电压和正弦电流，便得到了描述正弦交流电的三个重要参数：最大值、频率和初相。

1. 最大值

正弦交流电瞬时值中最大的那个数值，称为最大值，它反映该交流电变化的幅度，其数值对给定的交流电来说是个定值。通常用大写英文字母加下脚标表示，如 E_m、U_m、I_m 分别表示正弦交流电动势、交流电压、交流电流的最大值。

2. 频率

1 s 内信号重复变化的次数称为频率，用 f 表示，其单位是赫兹（Hz），还可用千赫（kHz）、兆赫（MHz）计量频率。它们的关系是 1 MHz$=10^3$ kHz$=10^6$ Hz。

周期定义为频率的倒数，它表示交流信号变化一次所需的时间，用 T 表示，其单位是秒（s），还可用毫秒（ms）、微秒（μs）计量时间。由频率与周期的定义可以得到如下关系式

$$T=\frac{1}{f} \tag{3-1}$$

频率是反映交流电变化快慢的一个物理量。我国和大多数国家规定电力标准频率为 50 Hz，周期为 0.02 s。日本、美国等少数国家采用 60 Hz，其他不同的领域使用不同的频率，中

频电源的频率是 500～8 000 kHz，我国无线电广播中波段的信号频率为 525～1 605 kHz，移动通信使用的频率在 1～40 GHz（吉赫兹）。

正弦交流电每秒内变化的角度称为角频率，用 ω 表示，单位是弧度每秒（rad/s），也表示正弦交流电变化的快慢。因为一个周期经过的角度 $\alpha=2\pi$ rad，故角频率与频率、周期三者之间的关系为

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T} \tag{3-2}$$

若 $f=50$ Hz，$\omega=2\pi f=314$ rad/s，可见周期、频率、角频率都用来表示正弦交流电变化的快慢，知道其中一个量，就可以确定出另外两个量。

3. 初相

正弦交流电压一般表达式为

$$u(t)=U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_u) \tag{3-3}$$

式中，φ_u 为 $t=0$ 时的相位值，称为初相位，简称初相。初相确定了交流电在计时零点的瞬时值。相位和初相的单位都是弧度（rad）或度（°）。

交流电的周期是 2π 弧度的相位角，一般规定 $-\pi\leqslant\varphi\leqslant\pi$。当 $t=0$ 时，如果交流电的数值为正，则初相 φ 是一个正角。

交流电的最大值、频率、初相是决定交流电性质的三要素，只要知道了交流电的最大值、频率和初相，就完全掌握了交流电的全部本质特性。

二、正弦交流电的有效值、相位、相位差

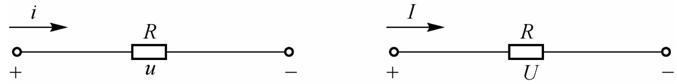
1. 有效值

正弦交流电的瞬时值是随时间变化的量，最大值说明了其幅度的大小，却不能表示交流电不同时刻不同大小的各瞬时值的综合平均效果，然而在实际应用中，经常需要了解正弦电量在电路中所产生的效果，如何表示它们平均效果的大小呢？

为了确切地衡量正弦交流电的电动势、电压、电流的大小，引入了有效值的概念。交流电流的有效值是用电流热效应来定义的，交流电流 i 通过电阻 R 在一个周期内产生的热量如果与某一直流电流 I 通过同一电阻 R 在同一时间内产生同一热量时，则称这一直流电流 I 的数值是交流电流 i 的有效值。常以大写英文字母表示有效值。

在图 3-2 中有两个相同的电阻 R，其中图 3-2（a）中电阻通以交流电流 i，图 3-2（b）中电阻通以直流电流 I，交流电流 i 在时间 T 内通过电阻 R 产生的热量为

$$Q_1=\int_0^T Ri^2\,\mathrm{d}t$$



(a)通交流电流　　(b)通直流电流

图 3-2　有效值定义

直流电流 I 在同一时间 T 内通过相同电阻 R 产生的热量为

$$Q_2=I^2RT$$

根据有效值定义 $Q_1=Q_2$，可得

$$\int_0^T Ri^2 \mathrm{d}t = I^2RT$$

则交流电流有效值的表达式为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t} \tag{3-4}$$

由式(3-4)可以看出,交流电流的有效值等于它的瞬时值的平方在一个周期内的平均值的开方(方均根值)。

若把 $i(t)=I_{\mathrm{m}}\sin \omega t$(设 $\varphi_{\mathrm{i}}=0$)代入式(3-4),可以计算得到有效值为

$$I=\sqrt{\frac{1}{2}}I_{\mathrm{m}}\approx 0.707I_{\mathrm{m}} \tag{3-5}$$

式(3-5)表明,正弦电流的有效值等于其最大值乘以 0.707,而与其频率和相位无关。

同理,正弦电动势和正弦电压相应有

$$\begin{cases} E=\dfrac{1}{\sqrt{2}}E_{\mathrm{m}}\approx 0.707E_{\mathrm{m}} \\ U=\dfrac{1}{\sqrt{2}}U_{\mathrm{m}}\approx 0.707U_{\mathrm{m}} \end{cases} \tag{3-6}$$

在实际工作中,一般提到的交流电的大小,都是指它们的有效值。照明电路的电源电压有效值为 220 V,工厂动力电路的电源电压有效值为 380 V。用交流电工仪表测出来的电压、电流值一般均为有效值。通常,工作在交流电路中的电气设备的额定电压,额定电流值也是有效值。

2. 相位

在 $u(t)=U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi)$中,$(\omega t+\varphi)$称为正弦量的相位,亦称相位角,它反映了正弦量随时间变化的进程对于某一给定的时间 t 就有对应的相位角,它代表了交流电的变化过程。

3. 相位差

任何两个交流电的相位角之差称为相位差。本书只比较角频率相同的不同交流电之间的相位差。

如前所述,角频率为 ω 的正弦电压和正弦电流的瞬时值分别为

$$u(t)=U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_u)$$
$$i(t)=I_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi_i)$$

u 与 i 的相位差为

$$\Delta\varphi=(\omega t+\varphi_u)-(\omega t+\varphi_i)=\varphi_u-\varphi_i \tag{3-7}$$

由此可见,同频率正弦交流电的相位之差等于它们的初相之差,与时间无关,是个固定值。如果时间起点选择有所变化,则电压的初相和电流的初相将随之改变,但相位差不变。

$\Delta\varphi>0$ 说明 $\varphi_u>\varphi_i$,则电压 u 比电流 i 先达到最大值(或零点),称电压"超前"电流一个相位角 $\Delta\varphi$,或称电流 i"滞后"于电压 u 一个相位角 $\Delta\varphi$,如图 3-3 所示。超前与滞后是相对的,是指它们到达最大值的顺序。

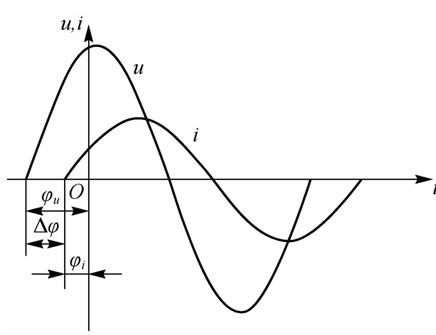


图 3-3　同频率的交流电的相位差

若 $\Delta\varphi=0$，表示电压 u 与电流 i 同相位。这时电压 u 与电流 i 称为同步。同步说明两个交流电既同频又同相。如果两个交流电只同频而不同相，这两个交流电之间的相位关系称为异步。

典型的异步相位关系包括电压与电流正交，$\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$；电压与电流反相，$\Delta\varphi=\pi$。如图 3-4 所示。

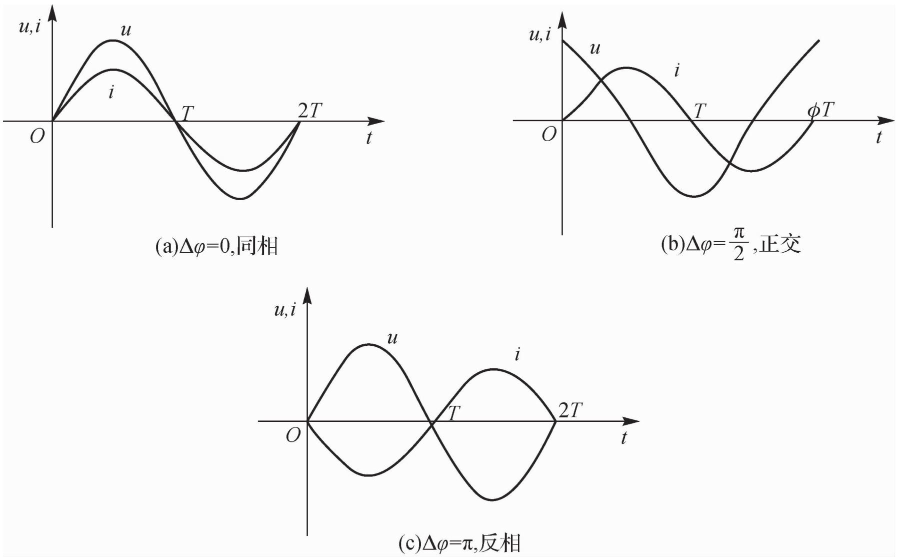


图 3-4　典型的相位关系

例 3-1　交流电路中某条支路的电流 $i=10\sin(628t+45°)$ A，试求：(1) i 的角频率、频率与周期；(2) i 的最大值与有效值；(3) i 的初相位；(4) 若该电路中另一支路电流 i_1 其有效值是 i 的 1/2，初相位为 60°，写出 i_1 的瞬时值表达式，并求两电流的相位差，说明二者的相位关系。

解　(1) i 的角频率　　$\omega=628\ \text{rad/s}$

频率　　$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{628}{2\pi}\ \text{Hz}=100\ \text{Hz}$$

周期　　$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{100}\ \text{s}=0.01\ \text{s}$$

(2) i 的最大值 $I_m=10$ A

有效值　　$$I=\frac{10}{\sqrt{2}}\ \text{A}=7.07\ \text{A}$$

(3) i 的初相位　　$\varphi_i=45°$

(4) 同一交流电路中，所有的交流电具有相同的角频率，所以 $\omega_1=\omega=628$ rad/s。因为 i_1 的有效值是 i 的 1/2，所以最大值为

$$I_{1m}=\frac{1}{2}I_m=5\ \text{A}$$

i_1 的瞬时值为

$$i_1(t)=5\sin(628t+60°)\ \mathrm{A}$$

相位差 $\Delta\varphi=\varphi_i-\varphi_{i1}=45°-60°=-15°$，电流 i 滞后于电流 i_1 有 15°的相位角。

三、交流电的相量表示

前面介绍了正弦交流电的两种表示方法：交流电的瞬时值表达式和正弦交流电波形图。这两种表示交流电的方法比较直观，前者能较好地反映交流电的三要素，后者能较好地反映交流电随时间变化的关系。

但是，当对正弦交流电进行分析时，会遇到一系列频率相同的正弦量的四则运算问题，而用上述的瞬时值表达式和波形图进行这种计算是很烦琐的。为了简化交流电的计算，有效的方法是用相量表示正弦量，从而把正弦量的四则运算转化成复数运算。这种相量表示法的基础是欧拉公式。

1. 复数

数学上把数 $a+\mathrm{j}b$ 称为复数，其中 $\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 称为虚数单位，a 和 b 都是实数，a 称为复数 $a+\mathrm{j}b$ 的实部，而 b 称为复数 $a+\mathrm{j}b$ 的虚部。

用来表示复数的直角坐标平面称为复平面，其中横轴的单位为“1”，称为实轴；纵轴的单位为“j”，称为虚轴。复数 A 可以用复平面上的一个有向线段来表示，如图 3-5 所示。其长度 r 称为模，与横轴的夹角 φ 称为辐角。A 在实轴上的投影为 a，在虚轴上的投影为 b。一个复数 A 可以有 4 种表现形式。

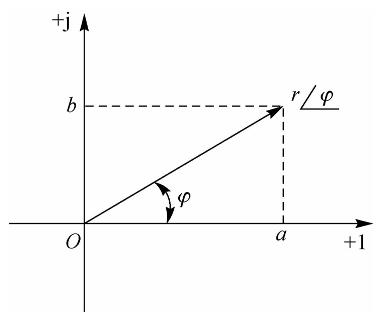


图 3-5　复数的矢量表示

1)代数式

$$A = a+\mathrm{j}b \tag{3-7}$$

2)三角函数式

$$A=r\cos\varphi+\mathrm{j}r\sin\varphi \tag{3-8}$$

其中，$a=r\cos\varphi$，$b=r\sin\varphi$。

已知 a 和 b，也可求出 r 和 φ。

$$\begin{cases} r=\sqrt{a^2+b^2} \\ \varphi=\arctan\dfrac{b}{a} \end{cases}$$

3)指数式

欧拉公式为 $B\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}=B\cos\theta+\mathrm{j}B\sin\theta$，为了与上述的复数 A 区别，这里用 B 表示欧拉公式中的幅度，B 是正实数。根据欧拉公式有

$$\cos\varphi=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}}{2},\ \sin\varphi=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}}{2}$$

$$A=r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} \tag{3-9}$$

4)极坐标式

$$A=r\angle\varphi \tag{3-10}$$

以上 4 种形式之间可进行互换。

例 3-2　写出下列复数的极坐标形式。(1)$3+4\mathrm{j}$;(2)$5-8\mathrm{j}$。

解　(1)$r=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\varphi=\arctan\dfrac{4}{3}\approx53°$

所以 $A_1=5\angle53°$

(2)$r=\sqrt{5^2+(-8)^2}\approx9.43$

$\varphi=\arctan\dfrac{-8}{5}\approx-58°$

所以 $A_2=9.43\angle-58°$

例 3-3　写出下列复数的代数式形式。$A_1=10\angle60°$。

解　根据公式

$$A_1=r\cos\varphi+\mathrm{j}r\sin\varphi=10\cos60°+\mathrm{j}10\sin60°=\frac{1}{2}\times10+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\times10=5+\mathrm{j}8.66$$

2. 复数的运算

1)复数的加、减运算

进行复数的加、减运算一般用复数的代数式进行,其法则是实部与实部相加(减),虚部与虚部相加(减)。例如,复数 $A=a+\mathrm{j}b$ 与 $C=a_1+\mathrm{j}b_1$ 的和为

$$A+C=(a+a_1)+\mathrm{j}(b+b_1)$$

两者的差为

$$A-C=(a-a_1)+\mathrm{j}(b-b_1)$$

复数的加、减运算也可以在复平面上用矢量的平行四边形法则作图完成,如图 3-6 所示。

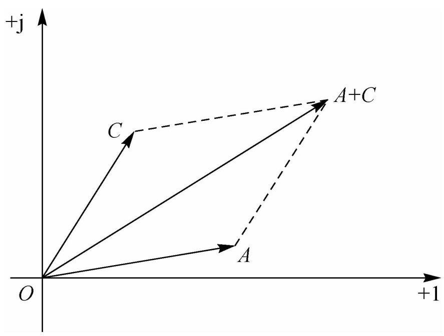


图 3-6　复数矢量的平行四边形法则

例 3-4　已知复数 $A=6\angle45°$, $C=10\angle-30°$,求 $A+C$ 和 $A-C$。

解　$A+C=6\angle45°+10\angle-30°$

$=4.24+\mathrm{j}4.24+(8.66-\mathrm{j}5)$

$=12.9+\mathrm{j}(-0.76)$

$A-C=4.24+\mathrm{j}4.24-(8.66-\mathrm{j}5)$

$=-4.42+\mathrm{j}9.24$

2)复数的乘、除运算

进行复数的乘、除运算用复数的指数式或极坐标式较为方便,法则为两复数相乘等于模相乘、辐角相加,两复数相除等于模相除、辐角相减。几何意义如图 3-7 所示。

设复数 $A=a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1}$, $C=c\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2}$。

那么

$$A \cdot C = ae^{j\varphi_1} \cdot ce^{j\varphi_2} = a \cdot ce^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$$

即

$$A \cdot C = a\angle\varphi_1 \cdot c\angle\varphi_2 = a \cdot c\angle\varphi_1 + \varphi_2$$

$$\frac{A}{C} = \frac{ae^{j\varphi_1}}{ce^{j\varphi_2}} = \frac{a}{c}e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}$$

即

$$\frac{A}{C} = \frac{a\angle\varphi_1}{c\angle\varphi_2} = \frac{a}{c}\angle\varphi_1 - \varphi_2$$

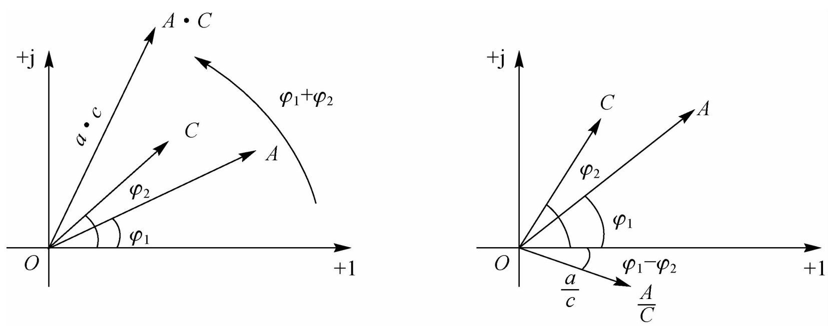


图 3-7　复数相乘、除的几何意义

由于

$$j = 1\angle 90°, -j = 1\angle -90°$$

所以当一个复数乘上 j 时，模不变、辐角增大 90°；当一个复数除以 j 时，模不变，辐角减小 90°。

例 3-5　已知复数 $A=4+j3$，$C=3-j4$，求 AC 和 A/C。

解　$AC=(4+j3)\times(3-j4)=5\angle 36.87°\times 5\angle -53.13°=25\angle -16.26°$

$$\frac{A}{C}=\frac{4+j3}{3-j4}=\frac{5\angle 36.87°}{5\angle -53.13°}=1\angle 90°=j$$

3. 正弦量的相量表示法

一个正弦量是由它的幅值、频率和初相位三要素决定的。可以证明，在正弦交流电路中，各处的电压和电流都是与电源相同频率的正弦量。因此，可以把频率这个要素作为已知量处理，计算电路中的电压和电流，可简化为二要素即幅值和初相的计算。我们已经知道复数也有二要素，即模和辐角。若用复数的模表示正弦量的幅值（或有效值），用复数的辐角表示正弦量的初相位，则这一个复数就可用来表示一个正弦量。把表示正弦量的复数称为相量，这种表示方法称为相量表示法。相量用大写字母上方打“.”的方式表示，如$\dot{E}_m$，$\dot{U}_m$，$\dot{I}_m$，$\dot{E}$，$\dot{U}$，$\dot{I}$等。例如，对于正弦电压 $u(t)=U_m\sin(\omega t+\varphi_u)$可用相量表示为$\dot{U}_m=U_m\angle\varphi_u$ 或$\dot{U}=U\angle\varphi_u$，在相量计算中，一般使用有效值相量。同样，对于正弦电流 $i(t)=I_m\sin(\omega t+\varphi_i)$可用相量表示为$\dot{I}_m=I_m\angle\varphi_i$ 或$\dot{I}=I\angle\varphi_i$。

在复平面上画出的相量的图形称为相量图，有向线段的长度表示正弦量的有效值（或幅值），有向线段与实轴的夹角表示正弦量的初相。画相量图时，虚轴可以略去。在相量图上能够直观地看出各相同频率正弦量的大小和相位关系。如

$$u(t)=4\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$i(t)=6\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)\ \mathrm{A}$$

其有效值相量式为

$$\dot{U}=4\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}=6\angle -30^\circ\ \mathrm{A}$$

其相量图如图 3-8 所示。

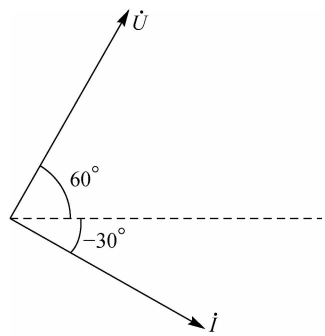


图 3-8　正弦量的相量图

应当指出，正弦量是实变量时间 t 的函数，而相量是只包含幅值和初相的复常数。因此，只能说用相量表示正弦量，而不能把它说成等于正弦量。下面的写法是错误的。

$$u(t)=4\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)\ \mathrm{V}=\dot{U}=4\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$$

$$i(t)=6\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)\ \mathrm{A}=\dot{I}=6\angle -30^\circ\ \mathrm{A}$$

补充知识　正弦电量的相量运算

经过用相量表示正弦量后，就可以非常便利地进行正弦量的四则运算。交流电的运算包括电动势之间、电压之间、电流之间电动势与电流之间以及电压与电流之间的四则运算。

因为同频率的正弦量经过加、减后仍为同频率正弦量，所以，几个同频率正弦量的和（差）之后的总相量等于它们的相量和（差）。

例 3-6　已知 $u_1(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)$，$u_2(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)$，试计算 $u_1^2(t)$ 和 $u_1(t)+u_2(t)$，并画出相量图。

解　$u_1^2(t)$ 是电压 $u_1(t)$ 作用于 1 Ω 电阻上的功率，它不是角频率为 ω 的相量，所以没有有效值和相量图，但有平均值，称为平均功率。

正弦电压 $u_1(t)$ 对应的相量为

$$\dot{U}_1=10\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{U}_1\cdot\dot{U}_1=100\angle 120^\circ\ \mathrm{W}$$

所以平均功率 $\bar{P}=100\ \mathrm{W}$，这个例子说明以下几点。

(1) 正弦电压的乘积 $u_1(t)\cdot u_1(t)$ 是可以通过相量计算的。

(2) 正弦电压的乘积 $u_1(t)\cdot u_1(t)$ 是有物理意义的。

(3) 正弦量（角频率 ω）乘、除得到的结果，是角频率不同于 ω 的正弦量。

正弦电压 $u_2(t)$ 对应的相量为

$$\dot{U}_2=10\angle -30^\circ\ \mathrm{V}$$

$u_1(t)+u_2(t)$ 的相量和为

$$\dot{U}_1+\dot{U}_2=10\angle 60^\circ+10\angle -30^\circ\ \text{V}$$
$$=(5+\text{j}8.66+8.66-\text{j}5)\ \text{V}$$
$$=(13.66+\text{j}3.66)\ \text{V}$$
$$=14.1\angle 15^\circ\ \text{V}$$

该相量和所对应的瞬时值为

$$u_1(t)+u_2(t)=14.1\sqrt{2}\sin(\omega t+15^\circ)\text{V}$$

相量图见图 3-9。

这个例子说明 $u_1(t)+u_2(t)$ 的有效值不等于 $u_1(t)$ 的有效值加上 $u_2(t)$ 的有效值，即

$$U\neq U_1+U_2$$

由于初相不同，正弦量的代数和是复数代数和，而非有效值代数和。

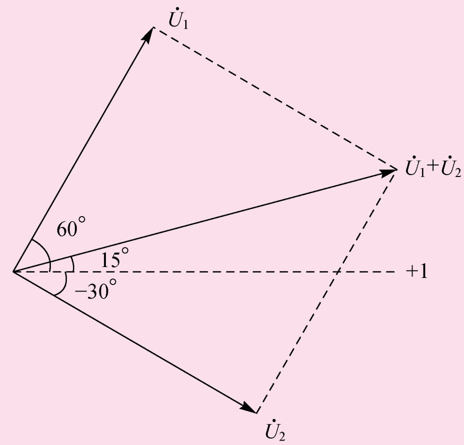


图 3-9　例 2-6 的相量图

问题与思考

问题 1　正弦交流电的三要素是什么？交流电的有效值和直流电流有什么关系？

思考并回答：

问题 2　复数的表达形式有几种？它们是如何进行加减乘除运算的？

思考并回答：

学习单元二　正弦交流电路

引言　正弦交流电路是含有正弦交流电源的线性电路。由于正弦交流电路是线性电路，所以线性电路的分析方法、定律、定理都适用于正弦交流电路。只是这些定律、定理应用于正弦交流电路时，是以相量模型的形式出现。

一、电阻、电容、电感单一交流电路

在分析和计算交流电路中，R、L、C 这三个参数都必须考虑到。由于同时考虑三个参数分析起来较为复杂，所以先分别讨论电路中只有一个参数的情况，实际的电路可以看成是由这三个参数的某种组合。

1. 电阻电路

1)电压与电流关系

在交流电路中,通过电阻元件的电流和它两端的电压在任何瞬间都遵循欧姆定律。如图 3-10(a)所示的只含有电阻元件 R 的电路中,电压、电流的参考方向如图所示,其方向相关联。

设加在电阻元件两端的正弦交流电压为

$$u=U_{\mathrm{m}}\sin\omega t=\sqrt{2}U\sin\omega t \tag{3-11}$$

按图 3-10(a)所示电压、电流的参考方向,根据欧姆定律,电路的电流为

$$\begin{aligned} i=\frac{u}{R}&=\frac{U_{\mathrm{m}}}{R}\sin\omega t=\sqrt{2}\frac{U}{R}\sin\omega t \\ &=I_{\mathrm{m}}\sin\omega t=\sqrt{2}I\sin\omega t \end{aligned} \tag{3-12}$$

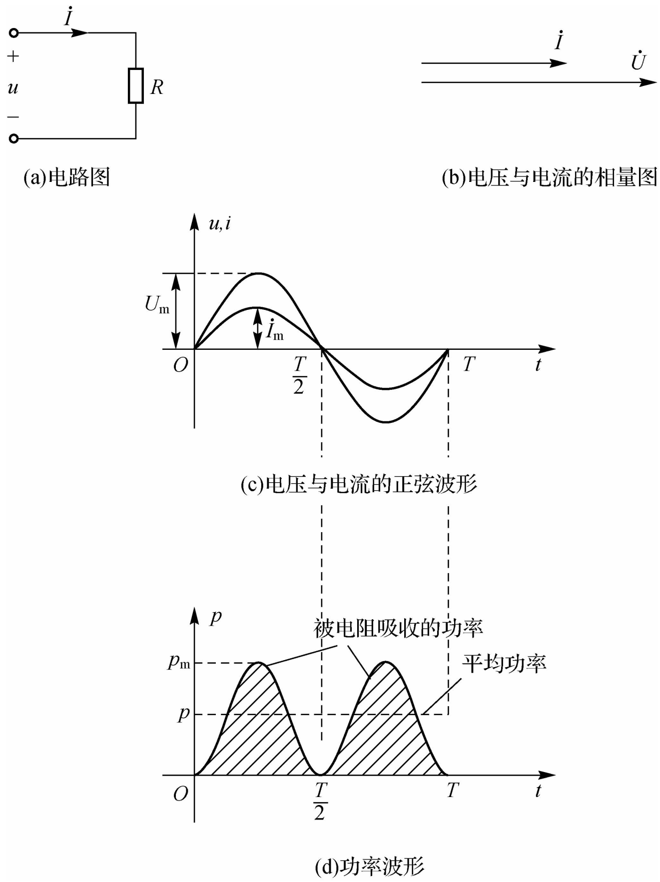


图 3-10　电阻元件交流电路

式(3-12)表明,电阻元件中电流和其两端的电压是同频率的正弦量。比较电压和电流的数学表达式,它们的关系如下。

(1)数值关系。

电压和电流最大值关系为

$$I_{\mathrm{m}}=\frac{U_{\mathrm{m}}}{R}$$

两边同除以$\sqrt{2}$，可得有效值关系为

$$I=\frac{U}{R} \tag{3-13}$$

即电压与电流的最大值和有效值均服从欧姆定律关系。

(2)相位关系。

式(3-14)表示了电压和电流之间的数值与相位关系，称为欧姆定律的相量形式，相应的相量图如图 3-10(b)所示。

综上所述，可得电阻元件电压和电流之间的相量关系式为

$$\begin{cases} \dot{I}_{\mathrm{m}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{m}}}{R} \\ \dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R} \end{cases} \tag{3-14}$$

电压与电流同相位，即 $\varphi_u=\varphi_i$，相位差 $\Delta\varphi=0$，电压与电流波形图如图 3-10(c)所示。

2)功率

在交流电路中，通过电阻元件的电流及其两端电压都是交变的，电阻吸收的功率也必然是随时间变化的。把电阻在任一瞬间所吸收的功率称为瞬时功率，用小写字母 p 表示，设 u、i 参考方向关联，则瞬时功率等于同一瞬时电压和电流瞬时值的乘积，即

$$p=ui=U_{\mathrm{m}}\sin\omega t\cdot I_{\mathrm{m}}\sin\omega t=U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}\sin^2\omega t=UI(1-\cos^2\omega t) \tag{3-15}$$

式(3-15)表明，瞬时功率是随时间变化的，并且由两部分组成：第一部分是恒定值 UI，第二部分是幅值为 UI，并以 2ω 随时间变化的交变量 $UI\cos 2\omega t$。瞬时功率的波形图如图 2-10(d)所示。由于电阻元件的电压、电流同相位，它们的瞬时值总是同时为正或同时为负，所以瞬时功率 p 总为正值(当任意正弦量为零时，$p=0$)，这一点也可从瞬时功率的波形图看出。这表明，电阻元件在每一瞬间都在消耗电能，所以电阻元件是耗能元件。

由于瞬时功率是随时间变化的，使用时不方便，因而工程上所说的功率指的是瞬时功率在一个周期内的平均值，称为平均功率，用大写字母 P 表示，平均功率又称为有功功率，它的单位为瓦特(W)或千瓦(kW)。

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T UI(1-\cos 2\omega t)\mathrm{d}t \\ &= UI = I^2R = \frac{U^2}{R} \end{aligned} \tag{3-16}$$

式(3-16)与直流电路的功率计算公式在形式上完全相同，但式中 U、I 是电压、电流的有效值。

例 3-7 有一个“220 V，40 W”的白炽灯，其两端电压为 $u=311\sin(314t+30^\circ)$ V。试求：(1)通过白炽灯的电流的相量和瞬时值表达式；(2)每天使用 4 h，每千瓦时收费 0.45 元，问每月(30 天)应付多少电费？

解 (1)白炽灯属于电阻性负载，电压的相量为

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u=\frac{311}{\sqrt{2}}\angle 30^\circ=220\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$$

白炽灯的电阻为

$$R=\frac{U^2}{P}=\frac{220^2}{40}=1\ 210\ \Omega$$

电流的相量为

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{R}=\frac{220\angle 30^\circ}{1\ 210}\ \mathrm{A}=0.182\angle 30^\circ\ \mathrm{A}$$

则电流的瞬时值表达式为

$$i=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\varphi_i)=0.182\sqrt{2}\sin(314t+30^\circ)\ \mathrm{A}$$

(2)每月消耗的电能为

$$W=Pt=40\times 4\times 30\ \mathrm{Wh}=4\ 800\ \mathrm{Wh}=4.8\ \mathrm{kWh}$$

则每月应付电费

$$4.8\times 0.45=2.16(元)$$

2. 电容电路

1)电压与电流关系

如图 3-11(a)所示,在只含有电容元件 C 的电路中,电压、电流为如图所示的关联参考方向。

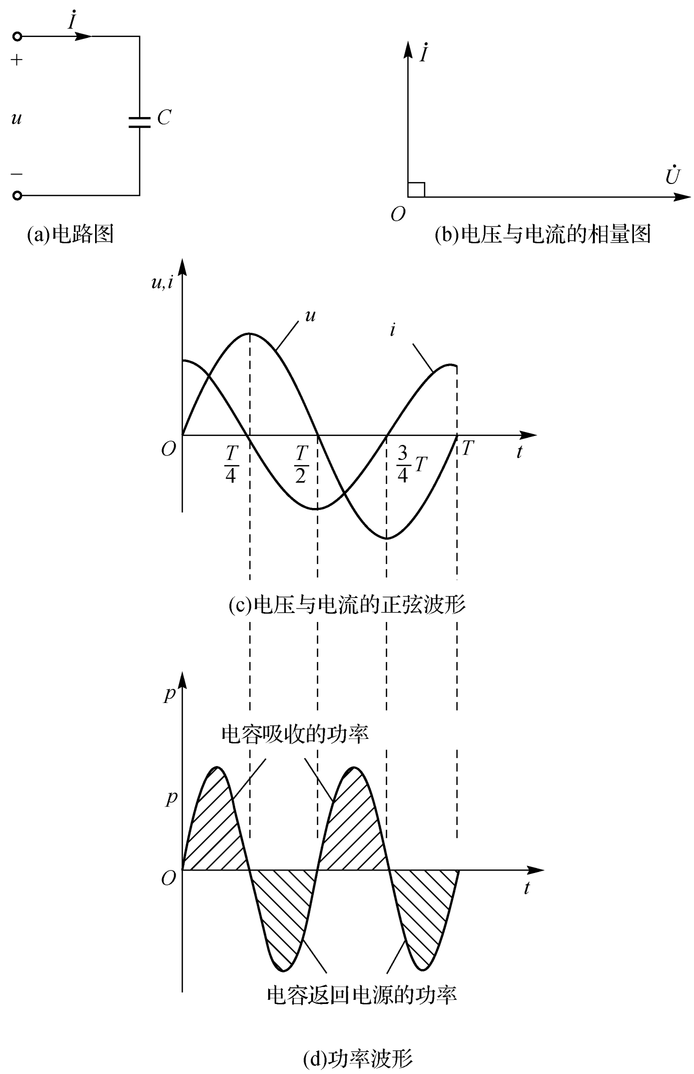


图 3-11　电容元件交流电路

设加在电容元件上的正弦交流电压为

$$u=U_{\mathrm{m}}\sin \omega t=\sqrt{2}U\sin \omega t \tag{3-17}$$

则流过电容元件的电流为

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\omega CU_{\mathrm{m}}\cos \omega t=I_{\mathrm{m}}\sin (\omega t+90^{\circ}) \tag{3-18}$$

式(3-18)表明,电容元件中的电压和电流是同频率的正弦量。比较电压和电流的数学表达式,它们的关系如下。

(1)数值关系。

电压和电流最大值关系为

$$I_{\mathrm{m}}=\omega CU_{\mathrm{m}} \text{ 或 } U_{\mathrm{m}}=\frac{I_{\mathrm{m}}}{\omega C}$$

两边同除以$\sqrt{2}$,可得有效值关系

$$I=\omega CU \text{ 或 } U=\frac{I}{\omega C}$$

令

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC} \tag{3-19}$$

则

$$I=\frac{U}{X_C} \tag{3-20}$$

式(3-20)称为电容元件的欧姆定律,X_C 称为容抗,单位为欧姆(Ω)。容抗是表示电容对电流阻碍作用大小的一个物理量,它与 C 和 ω 成反比。对于一定的电容 C,频率越高,它呈现的容抗越小;反之越大。换句话说,对于一定的电容 C,它对低频电流呈现的阻力大,对高频电流呈现的阻力小。在直流情况下,可以看做频率 $f=0$,故 $X_C=\infty$,电容 C 相当于开路。因此,很容易得出电容元件具有"通交流、阻直流"或"通高频、阻低频" 的特性。因此,它在电子电路中可起到隔直、旁路、滤波等作用。

应注意的是,对于电容元件而言,电压和电流的瞬时值之间也不具有欧姆定律的形式,即不存在正比关系,容抗也不能代表电压、电流瞬时值的比值。电容元件的欧姆定律只适用于电压与电流的有效值(或最大值)之比。

(2)相位关系。

总结上述电容元件电压、电流之间的数值关系和相位关系,可得出电容元件欧姆定律的相量形式为

$$\begin{cases}\dot{U}_{\mathrm{m}}=\dfrac{\dot{I}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{j}\omega C}\\[2ex]\dot{U}=\dfrac{\dot{I}}{\mathrm{j}\omega C}\end{cases} \tag{3-21}$$

相应的相量图如图 3-11(b)所示。

电容电压和电流出现了相位差,并且电压滞后电流 90°,或者说电容电流超前电压 90°,即 $\varphi_u=\varphi_i-90^{\circ}$,电压与电流波形图如图 3-11(c)所示。

2)功率

在电压、电流取关联参考方向下,电容元件吸收的瞬时功率为

$$p=ui=U_{\mathrm{m}}\sin \omega t\cdot I_{\mathrm{m}}\sin (\omega t+90^{\circ})=UI\sin 2\omega t \tag{3-22}$$

瞬时功率的波形图如图 3-11(d)所示。

电容元件瞬时功率的平均值(即平均功率)为

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\sin 2\omega t\,\mathrm{d}t=0 \tag{3-23}$$

从瞬时功率的数学表达式或波形图都可以看出,瞬时功率也是随时间变化的正弦函数,其幅值为 UI,并以 2ω 角速度随时间变化。在一个周期内,瞬时功率的平均值为零,说明电容元件不消耗能量。但电容元件也存在着与电源之间的能量交换。从瞬时功率的波形图可以看出,在第一和第三个 1/4 周期内,u 和 i 同为正值或负值,瞬时功率 p 大于零,这一过程实际是电容将电能转换为电场能存储起来,从电源吸取能量。在第二和第四个 1/4 周期,u 和 i 一个为正值,另一个则为负值,故瞬时功率小于零,这一过程实际是电容将电场能转换为电能释放出来。电容不断地与电源交换能量,在一个周期内吸收和释放的能量相等,因此平均值为零,这说明电容不消耗能量,是一个储能元件。

电容元件的平均功率虽然为零,但存在着与电源之间的能量交换,电源要供给它电流,而实际电源的额定电流是有限的,所以电容元件对电源来说仍是一种负载,它要占用电源设备的容量。不同电容元件与电源进行能量交换的速率是不同的,为了衡量这种能量交换的速率,我们定义瞬时功率的最大值,即能量交换的最大速率为电容元件的无功功率,无功功率用大写字母 Q 表示。

$$Q_C=UI=X_CI^2=\frac{U^2}{X_C} \tag{3-24}$$

式中,Q_C 的单位为乏尔(Var)或千乏(kVar)。

例 3-8 有一个 10 μF 的电容元件,接到频率为 50 Hz,电压有效值为 12 V 的正弦电源上,求电流 I。若电压有效值不变,而频率改为 1 000 Hz,试重新计算电流 I。

解 (1)当频率 f=50 Hz 时,容抗为

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times 3.14\times 50\times 10\times 10^{-6}}\ \Omega=318.5\ \Omega$$

电流为

$$I=\frac{U}{X_C}=\frac{12}{318.5}\mathrm{A}=0.037\ 7\ \mathrm{A}=37.7\ \mathrm{mA}$$

(2)当频率 f=1 000 Hz 时,容抗为

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times 3.14\times 1\ 000\times 10\times 10^{-6}}\ \Omega=15.9\ \Omega$$

电流为

$$I=\frac{U}{X_C}=\frac{12}{15.9}\ \mathrm{A}=0.755\ \mathrm{A}=755\ \mathrm{mA}$$

3. 电感电路

1)电压与电流关系

如图 3-12(a)所示,在只含有电感元件 L 的电路中,电压、电流为如图所示的关联参考方向。

设通过电感元件的正弦交流电流为

$$i=I_m\sin\omega t=\sqrt{2}I\sin\omega t$$

则电感元件的端电压为

$$u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\omega LI_m\sin(\omega t+90°)=U_m\sin(\omega t+90°) \tag{3-25}$$

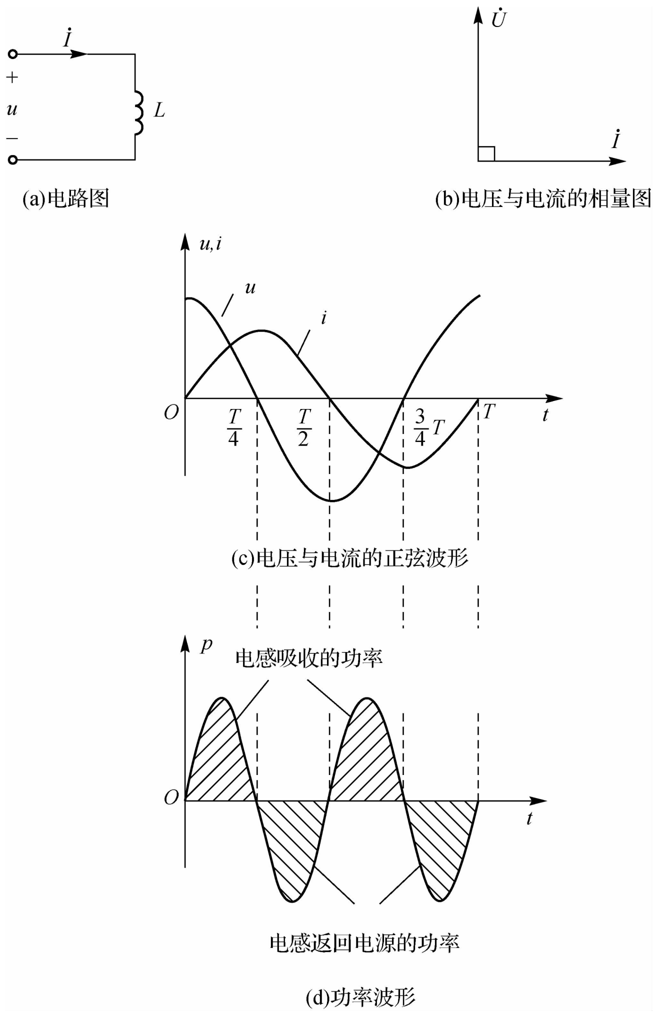


图 3-12　电感元件交流电路

式(3-25)表明，电感元件中电流与其两端的电压都是同频率的正弦量。比较电压和电流的数学表达式，它们的关系如下。

(1)数值关系。

电压和电流最大值关系为

$$U_m=\omega LI_m \text{ 或 } I_m=\frac{U_m}{\omega L}$$

两边同除以$\sqrt{2}$，可得有效值关系

$$I=\frac{U}{\omega L}$$

令

$$X_L=\omega L=2\pi fL \tag{3-26}$$

则

$$U=X_LI \tag{3-27}$$

式(3-27)称为电感元件的欧姆定律，式中 $X_L=\omega L$ 称为感抗，单位为欧姆(Ω)。感抗是表示电感对电流阻碍作用大小的一个物理量，它与 L 和 ω 成正比。对于一定的电感 L，频率越高，它呈现的感抗越大，反之越小。换句话说，对于一定的电感 L，对高频电流呈现的阻力大，对低频电流呈现的阻力小。在直流情况下，可以看做频率 $f=0$，故 $XL=0$，电感 L 相当于短路。因此，很容易得出电感元件具有“阻交流、通直流”或“阻高频、通低频”的特性。在滤波电路、频分电路中，电感元件就是根据这一特性工作的，在实际电路中应用的高频扼流圈也是利用这一原理制成的。

应注意的是，对于电感元件而言，电压和电流的瞬时值之间并不具有欧姆定律的形式，即不存在正比关系，感抗也不能代表电压、电流瞬时值的比值。电感元件的欧姆定律只适用于电压与电流的有效值(或最大值)之比。

(2)相位关系。

总结上述电感元件电压、电流之间的数值关系和相位关系，可得出电感元件欧姆定律的相量形式为

$$\begin{cases}\dot{U}_{\mathrm{m}}=\dot{I}_{\mathrm{m}}\omega L\\ \dot{U}=\dot{I}\omega L\end{cases} \tag{3-28}$$

相应的相量图如图 3-12(b)所示。

电感电压和电流出现了相位差，并且电压超前电流 90°，或者说电感电流滞后电压 90°，即 $\varphi_u=\varphi_i+90°$。电压与电流波形图如图 3-12(c)所示

2)功率

在电压、电流取关联参考方向下，电感元件吸收的瞬时功率为

$$p=ui=U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+90°)\cdot I_{\mathrm{m}}\sin\omega t=UI\sin 2\omega t \tag{3-29}$$

瞬时功率的波形图如图 2-12(d)所示。

电感元件瞬时功率的平均值(即平均功率)为

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T UI\sin 2\omega t\,\mathrm{d}t=0 \tag{3-30}$$

从瞬时功率的数学表达式或波形图都可以看出，瞬时功率也是随时间变化的正弦函数，其幅值为 UI，并以 2ω 角频率随时间变化。在一个周期内，瞬时功率的平均值为零，说明电感元件不消耗能量，但这并不意味着电感元件不从电源获取能量。从瞬时功率的波形图 3-12 (d)可以看出，在第一个和第三个 1/4 周期内，u 和 i 同为正值或负值，瞬时功率 p 大于零，这一过程实际是电感将电能转换为磁场能存储起来，从电源吸取能量。在第二和第四个 1/4 周期内，u 和 i 一个为正值，另一个则为负值，故瞬时功率小于零，这一过程实际是电感将磁场能转换为电能释放出来。电感不断地与电源交换能量，在一个周期内吸收和释放的能量相等，因此平均值为零，这说明电感不消耗能量，是一个储能元件。

与电容元件一样，采用无功功率衡量这种能量交换，它仍等于瞬时功率的最大值。电感上无功功率的大小为

$$Q=UI=X_LI^2=\frac{U^2}{X_L} \tag{3-31}$$

例 3-9 已知电感线圈 $L=35$ mH，外接电压 $u=220\sin(314t+60°)$ V。(1)作出 $\dot{U}$ 及 $\dot{I}$ 的相量图;(2)求电感电流的瞬时值表达式;(3)求电感的无功功率 Q_L。

解 (1)将电压表示成相量形式，即

$$\dot{U}=220e^{j60°}$$

电感的感抗

$$X_L=2\pi fL=11\ \Omega$$

电流相量

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{jX_L}=\frac{220e^{j60°}}{j11}=20e^{-j30°}$$

相量图如 3-13 所示。

(2)电流的瞬时表达式

$$i=20\sqrt{2}\sin(314t-30°)\ \text{A}$$

(3)电感的无功功率

$$Q_L=UI=220\times 20\ \text{Var}=4\ 400\ \text{Var}=4.4\ \text{kVar}$$

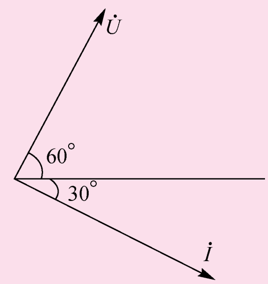


图 3-13 例 3-9 的相量图

二、电阻、电容、电感串/并联交流电路

在分析实际电路时，我们一般将复杂电路抽象为由若干理想电路元件串/并联组成的典型电路模型进行简化处理。本节讨论的 R、L、C 串联电路就是一种典型电路，从中引出的一些概念与结论可用于各种复杂的交流电路。

1. 电阻、电容、电感串联交流电路

1)电压、电流关系

R、L、C 串联电路如图 3-14(a)所示。

设有正弦电流 $i=I_m\sin\omega t$ 通过 R、C、L 串联电路，该电流在电阻、电感和电容上的电压降分别为

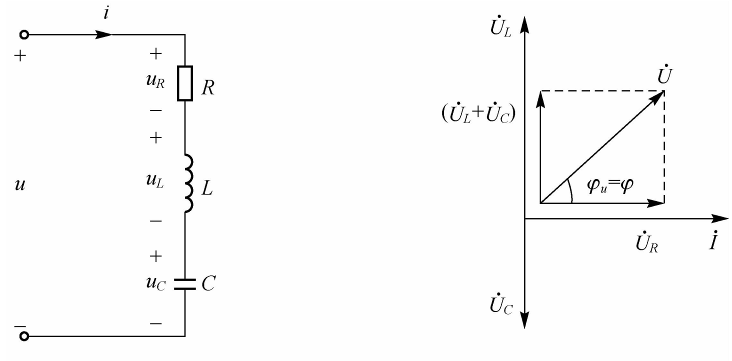
$$\begin{cases} u_R=U_{Rm}\sin\omega t \\ u_C=U_{Cm}\sin(\omega t-90°) \\ u_L=U_{Lm}\sin(\omega t+90°) \end{cases}$$

由 KVL 可知，总电压为 $u=u_R+u_L+u_C$

用相量形式表示为

$$\begin{aligned} \dot{U}&=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C \\ &=\dot{I}R+jX_L\dot{I}-jX_C\dot{I} \\ &=\dot{I}[R+j(X_L-X_C)] \\ &=\dot{I}[R+jX] \end{aligned} \tag{3-32}$$

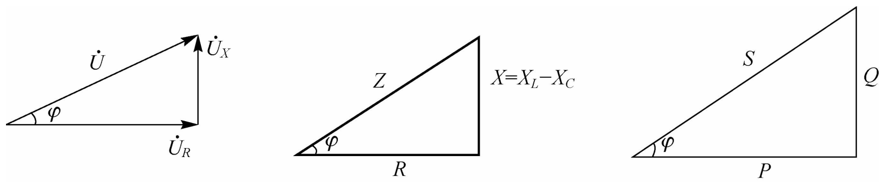
$\dot{I}$、$\dot{U}_R$、$\dot{U}_L$、$\dot{U}_C$ 的相量图，如图 3-14(b)所示。



(a)R、L、C串联电路图　(b)R、L、C串联相量图

图 3-14　电阻、电感、电容元件的串联电路

由相量图可知，电感上的电压相量 $\dot{U}_L$ 与电容上的电压相量 $\dot{U}_C$ 的相位正好相差 180°，电压相量 $\dot{U}$、$\dot{U}_R$ 与$(\dot{U}_L+\dot{U}_C)$所组成的直角三角形称为电压三角形，如图 3-15(a)所示。



(a)电压三角形　(b)阻抗三角形　(c)功率三角形

图 3-15　电压、阻抗及功率三角形

由电压三角形，可求出总电压的有效值为

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2} \\ &= \sqrt{(RI)^2+(X_LI-X_CI)^2} \\ &= I\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} \end{aligned} \tag{3-33}$$

(X_L-X_C)称为电抗，用符号 X 表示；$(R+\mathrm{j}X)$称为复阻抗，用符号 Z 表示，所以 Z 是一个复数，可得出

$$Z=|Z|\angle\varphi \tag{3-34}$$

$|Z|$是复阻抗的模，简称为阻抗，它的单位也是欧姆(Ω)，即

$$|Z|=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} \tag{3-35}$$

所以阻抗$|Z|$、R 与 X 的关系也可用直角三角形表示，称为阻抗三角形，与电压三角形是相似三角形，如图 3-15(b)所示。阻抗角(辐角)φ 为

$$\varphi=\arctan\frac{U_L-U_C}{U_R}=\arctan\frac{X_L-X_C}{R} \tag{3-36}$$

由于 φ 角取值不同，相位关系可分如下三种情况讨论。

(1)当 $X_L>X_C$ 时，$U_L>U_C$，即 $\varphi>0$，这时电路端电压超前电流，电路中感抗大于容抗，电感起决定作用，此时电路称为感性电路。

(2)当 $X_L<X_C$ 时，$U_L<U_C$，即 $\varphi<0$，这时电路端电压滞后电流，电路中感抗小于容抗，

电容起决定作用，此时电路称为容性电路。

(3)当 $X_L=X_C$ 时，$U_L=U_C$，即 $\varphi=0$，这时电路端电压与电流同相，电路中感抗等于容抗，此时电路称为纯电阻性电路。

2)电路的功率

(1)平均功率(有功功率)。

在 R、L、C 串联的正弦交流电路中，若 u、i 参考方向一致，且设有正弦电流 $i=I_m\sin\omega t$ 通过，则电压 $u=U_m\sin\omega t$，电路的瞬时功率为

$$\begin{aligned}p&=ui\\&=I_m\sin\omega t\cdot U_m\sin(\omega t+\varphi)\\&=\frac{U_mI_m}{2}[\cos\varphi-\cos(2\omega t+\varphi)]\\&=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+\varphi)\end{aligned}\tag{3-37}$$

电路的平均功率为

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T[UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+\varphi)]\mathrm{d}t=UI\cos\varphi\tag{3-38}$$

其中，φ 为电压 u 与电流 i 的相位差，$\cos\varphi$ 称为功率因数，这时 φ 又称为功率因数角。

由电压三角形可知 $U\cos\varphi=U_R$，所以

$$P=UI\cos\varphi=U_RI=RI^2\tag{3-39}$$

(2)无功功率。

在 R、L、C 串联的正弦交流电路中，电感元件的瞬时功率为 $p_L=u_Li$，电容元件的瞬时功率为 $p_C=u_Ci$。由于电压 u_L 和 u_C 反相，因此当 p_L 为正值时，p_C 为负值，即电感元件取用能量时，电容元件正放出能量；反之，当 p_L 为负值时，p_C 为正值，即电感元件放出能量时，电容元件正取用能量，因此 R、L、C 串联的正弦交流电路中的无功功率为

$$Q=Q_L-Q_C=U_LI-U_CI=(U_L-U_C)I=U_XI\tag{3-40}$$

由电压三角形可知

$$U_X=U\sin\varphi$$

所以

$$Q=UI\sin\varphi\tag{3-41}$$

对于感性电路，$U_L>U_C$，则 $Q=Q_L-Q_C>0$；对于容性电路，$U_L<U_C$，则 $Q=Q_L-Q_C<0$。即电感性电路无功功率为正值，而电容性电路无功功率为负值。

(3)视在功率。

在正弦交流电路中，把电流电压有效值的乘积定义为视在功率，用 S 表示，即

$$S=UI=I^2|Z|=\frac{U^2}{|Z|}\tag{3-42}$$

为了与平均功率相区别，视在功率不用瓦作单位，而用伏安(VA)作单位。

P、Q、S 三者也构成直角三角形，称为功率三角形，如图 3-15(c)所示。可得出

$$S=\sqrt{P^2+Q^2}\tag{3-43}$$

2. 电阻、电容、电感并联交流电路

电阻、电感、电容元件三者并联时的电路如图 3-16 所示。

(1)对电阻元件，也可用电导形式表示相量形式的欧姆定律，由于 $G=\dfrac{1}{R}$，那么 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R}=G\dot{U}$。

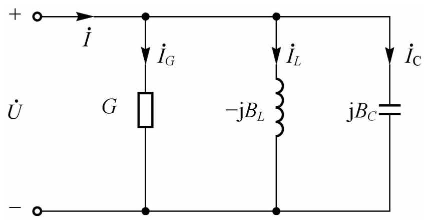


图 3-16　电阻、电感、电容元件的并联电路

(2)对电感元件,依照电导的方法,感抗 X_L 的倒数称为感纳,用字母 B_L 表示,单位也是西门子(S),即 $B_L=\dfrac{1}{X_L}=\dfrac{1}{\omega L}$,由于 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{jX_L}$,所以 $\dot{I}=-jB_L\dot{U}$。

(3)对电容元件,容抗 X_C 的倒数称为容纳,用字母 B_C 表示,单位也是西门子(S),即 $B_C=\dfrac{1}{X_C}=\omega C$,由于 $\dot{I}=-\dfrac{\dot{U}}{jX_C}$,所以 $\dot{I}=jB_C\dot{U}$。

根据 KCL 的相量形式并将相量形式的欧姆定律应用到每支路得

$$\begin{aligned}\dot{I}&=\dot{I}_G+\dot{I}_L+\dot{I}_C\\&=G\dot{U}-jB_L\dot{U}+jB_C\dot{U}\\&=[G-j(B_L-B_C)]\dot{U}\\&=(G-jB)\dot{U}\end{aligned}$$

三、复阻抗的串/并联交流电路

在正弦交流电路中,阻抗的连接形式是多种多样的,与直流电路中的一个无源电阻网络可以用一个电阻等效一样,由若干个阻抗构成的无源网络也可以用一个阻抗等效。

1. 复阻抗的串联

图 3-17(a)所示是两个阻抗 Z_1 和 Z_2 串联的电路,两个串联的阻抗可用一个等效阻抗来代替,如图 3-17(b)所示。采用与电阻串联电路同样的分析方法,可以得到串联阻抗的分压公式为

$$\dot{U}_1=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{U}$$

$$\dot{U}_2=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{U}$$

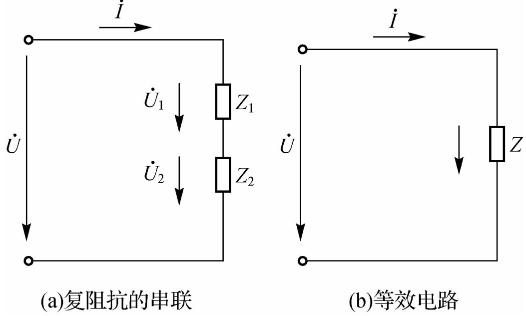


图 3-17　两个复阻抗串联及其等效变换

2. 复阻抗的并联

图 3-18(a)所示是两个阻抗 Z_1 和 Z_2 的并联电路，两个并联的阻抗可用一个等效阻抗来代替，如图 3-18(b)所示。采用与电阻并联电路相同的分析方法，可以得到并联阻抗的分流公式为

$$\dot{I}_1=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}$$

$$\dot{I}_2=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\dot{I}$$

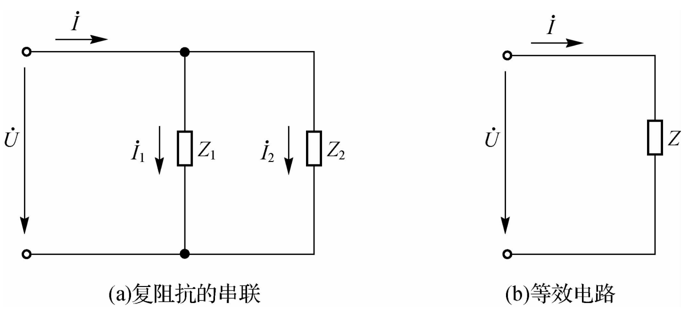


图 3-18　两个复阻抗并联及其等效变换

3. 复阻抗的混联

既有阻抗的串联又有阻抗的并联的电路称为阻抗的混联，如图 3-19 所示。阻抗混联电路的串联部分具有串联的性质，并联部分具有并联的性质。计算阻抗混联的等效阻抗时，首要的是分清各阻抗的连接关系，再根据串、并联电路的基本性质，对阻抗逐步进行合并，对电路进行等效简化，画出等效电路图，最后计算出电路的总阻抗。

在图 3-19 中，等效阻抗为

$$Z=Z_1+\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}$$

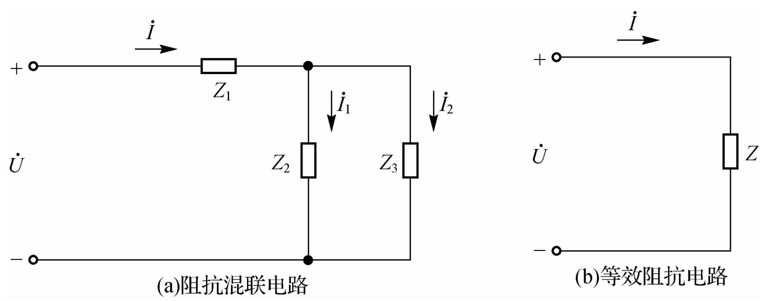


图 3-19　复阻抗混联及其等效电路

例 3-10　如图 3-19 所示电路，已知 $Z_1=50\ \Omega$，$Z_2=(100+\mathrm{j}200)\ \Omega$，$Z_3=-\mathrm{j}400\ \Omega$，求等效阻抗 Z。

解　等效阻抗 Z 为

$$Z=Z_1+\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=50+\frac{(100+\mathrm{j}200)(-\mathrm{j}400)}{100+\mathrm{j}200-\mathrm{j}400}$$
$$=370+\mathrm{j}240$$
$$=441\angle 33^\circ(\Omega)$$

例 3-11　将 220 V/50 Hz 的交流电压电分别加于 20 Ω 的电阻、10 mH 的电感、10 μF的电容的两端上，分别求电流 $i_R(t)$、$i_L(t)$、$i_C(t)$的大小。

解　设 220 V 的交流电压的相量为

$$\dot{U}=220\angle 0^\circ$$

当它施于电阻两端时，电阻中的电流

$$\dot{I}_R=\frac{\dot{U}}{R}=\frac{220\angle 0^\circ}{20}=11\angle 0^\circ(\mathrm{A})$$

电流的瞬时值表达式为

$$i_R(t)=11\sqrt{2}\sin(100\pi t)(\mathrm{A})$$

电感的复阻抗为

$$\mathrm{j}100\pi\times 0.01=\mathrm{j}\pi(\Omega)$$

电感的复阻抗的大小即电感的复阻抗的绝对值 ω_L，称为感抗，用 X_L 表示。

所以电感中的电流为

$$\dot{I}_L=\frac{\dot{U}}{\mathrm{j}\omega L}=\frac{220\angle 0^\circ}{\mathrm{j}\pi}=70\angle -90^\circ(\mathrm{A})$$

电流的瞬时值表达式为

$$i_L(t)=70\sqrt{2}\sin(100\pi t-90^\circ)(\mathrm{A})$$

电容的复阻抗为

$$\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=\frac{1}{\mathrm{j}100\pi\times 10\times 10^{-6}}=\frac{1}{\mathrm{j}\pi 10^{-3}}\ (\Omega)$$

电容的复阻抗的大小即电容的复阻抗的绝对值$\frac{1}{\omega C}$，称为容抗，用 X_C 表示。

所以电容中的电流为

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=220\angle 0^\circ\times \mathrm{j}\pi 10^{-3}=0.69\angle 90^\circ(\mathrm{A})$$

电流的瞬时值表达式为

$$i_C(t)=0.69\sqrt{2}\sin(100\pi t+90^\circ)(\mathrm{A})$$

相量图如图 3-20 所示。

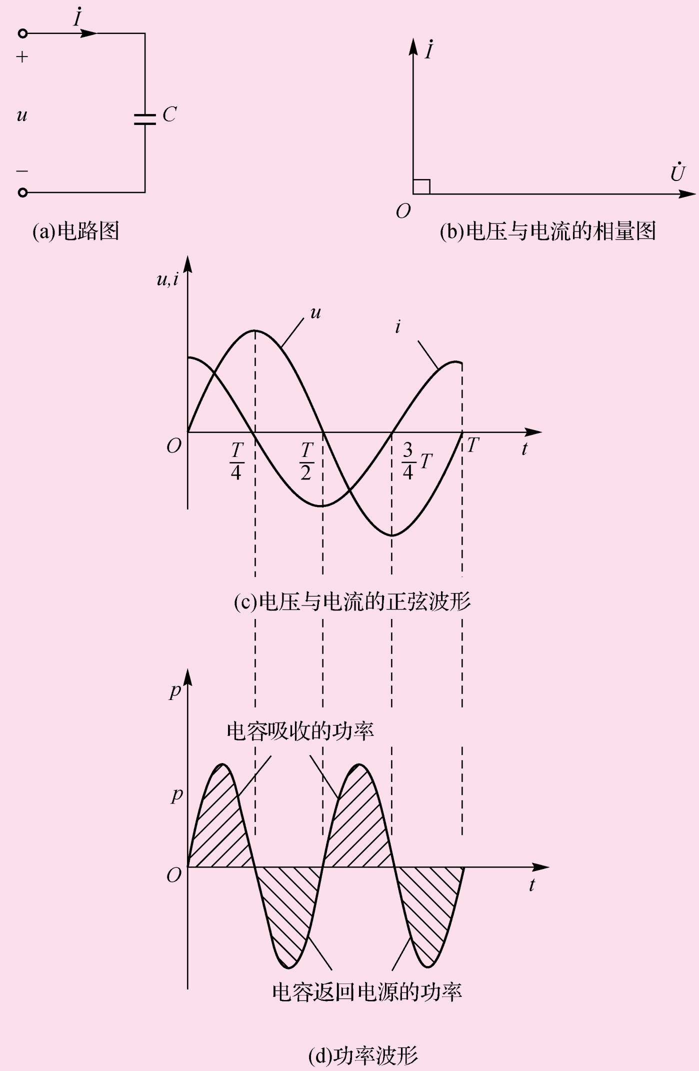


图 3-20　例 2-11 相量图

课堂实战

请画出例 3-10 中 Z 的阻抗三角形。请注意阻抗三角形不是相量三角形，它的三个边不使用带箭头的有向线段。

补充知识　非正弦交流电量

前面我们讨论的都是正弦交流电路，这种电路中的电动势、电压或电流都是正弦量。但是，在实际工程中，还常会遇到这样的电动势、电压或电流，它们虽然是周期变化的，但不是按正弦规律变化，统称其为非正弦交流电。常见非正弦交流电量有方波、三角波、锯齿波等。

图 3-21 给出了一个方波电压的波形。对这些非正弦交流电量的描述方法和对正弦交

流电量的描述方法完全相同，它们同样有幅度、频率和相位。

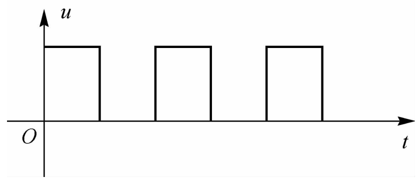


图 3-21　方波电压示意图

例如，工业供电的交流发电机，由于电枢表面的磁感应强度不是严格按正弦规律分布，因此在发电机电枢绕组中的感应电动势也就很难保证是正弦波。又如，音频放大器中的信号电流是随声波变化规律而变化的，也不是正弦波。

四、交流电路中的谐振

对于 RLC 串联电路，如图 3-22 所示。电路的阻抗 $Z=R+\mathrm{j}X$，电路中产生的电流 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{Z}$，当电流流过电阻时，电阻两端的电压 $\dot{U}_R=\dot{I}R$，当电流流过电抗时，电抗两端的电压 $\dot{U}_X=\dot{I}\mathrm{j}X$。这里 X 或大于零或小于零。根据基尔霍夫电压定律，有关系式 $\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_X$，不管 X 是何值，相量 $\dot{U}_X$ 与相量 $\dot{U}_R$ 相差 90°相位。因为 j 代表了 90°相位角。作相量图时，$\dot{U}_R$、$\dot{U}_X$ 是两直角边，斜边恰好是 $\dot{U}$。$\dot{U}$、$\dot{U}_R$、$\dot{U}_X$ 构成了一个直角三角形，该三角形称为电压相量三角形，简称电压三角形。

由于电压三角形是相量三角形，所以作图时三角形的三个边必须用带箭头的有向线段且方向要正确。如图 3-23 所示。

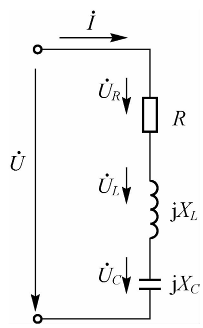


图 3-22　*RLC* 串联电路

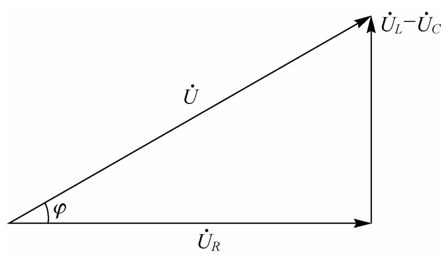


图 3-23　电压三角形

若电抗 $X>0$，则 $\dot{U}_X$ 超前 $\dot{U}_R$ 90°，$\dot{U}$ 超前 $\dot{U}_R$ φ 角；若电抗 $X<0$，则 $\dot{U}_X$ 滞后 $\dot{U}_R$ 90°，$\dot{U}$ 滞后 $\dot{U}_R$ φ 角；其中 $\varphi=\arctan\dfrac{X}{R}$，它是由负载决定的电路参数。

当 $X=0$ 时，阻抗的模处在最小值，电路中的电流获得最大值 $I=\dfrac{U}{R}$，电流与电压同步。电路中的这个现象称为电路发生了串联谐振。

电路谐振时 $X=0$，说明 $X_L=X_C$，即 $\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$，所以，谐振频率为

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

电路谐振时 $X=0$，说明电抗为零，但感抗和容抗并不为零，因而电感上的电压和电容上的电压也不为零。它们的大小分别是

$$U_L=I\cdot\omega_0 L$$

$$U_C=I\cdot\frac{1}{\omega_0 C}$$

串联谐振电路中电感和电容上的电压 U_L、U_C 高出阻抗两端总电压 U 的倍数，称为品质因数，用 Q 表示。

$$Q=\frac{U_L}{U}=\frac{U_C}{U}=\frac{X_L}{R}=\frac{X_C}{R}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}$$

品质因数 Q 很高时，电感电压或电容电压将大大超过外加电源电压。这种高电压有可能击穿电感线圈或电容器的绝缘层而损坏设备。因此，在电力工程中一般应避免电压谐振或接近谐振情况。

课堂实战

10 Ω 电阻和 1 mH 的电感、1 μF 的电容串联在一起组成回路，请计算回路的谐振频率；若给该回路施加 1 Hz 的信号源，此时回路的品质因数 Q 是多少?

问题与思考

问题 1 什么是交流电路中的阻抗? 电容、电感的阻抗如何表示?

思考并回答：

问题 2 谐振现象是有利的还是有害的现象?

思考并回答：

实验五 交流串联电路的基本测量

实验目的

认识示波器各旋钮的作用，学习使用示波器观察交流电压、电流波形和相位差；
熟悉信号发生器的功能与作用并练习信号发生器的使用；
掌握交流电压表、电流表的使用；
理解交流串联电路中电压、电流的关系及其相量图。

实验仪器与设备

示波器 1 台；
信号发生器 1 台；
数字万用表 1 块；
电容器(0.22 μF)1 个；
电感器(0.2 H)1 个；
电阻(50 Ω，500 Ω)各 1 个。

实验内容

调节信号发生器；
调节示波器；
RC 串联电路的测量；
RL 串联电路的测量。

实验预习要点

熟悉各仪器仪表的使用方法，弄清每个旋钮的功能；
掌握如何搭接基本的串联交流电路。

实验结果

完成实验测试，将测量值填入表格中；
计算正弦波峰峰值和周期。

实验报告

填写实验日志，计算出各电流、电压值；
记录实验数据，并与计算结果相比较，说明误差原因；
总结用示波器测量正弦波的幅值和周期的方法。

实验考核评价

知识掌握考核；
能力操作考核；
职业素养考核。

学习单元三 三相交流电路

引言

本学习单元初步介绍了三相交流电的产生、三相电源和三相负载的星形联结和三角形联结、三相电路功率的计算。

日常生活中的单相交流电是三相交流电其中的一相，这是因为容量相同的三相交流发电机比同功率的单相交流发电机体积小、成本低；在距离相同、电压相同、输送功率相同的情况下，三相输电比单相输电节省材料；三相交流电动机比单相交流电动机结构简单、性能好、运行平稳等。所以，掌握和了解一些三相交流电的基本知识，对今后的学习和工作都有帮助。

一、三相交流电源

1. 三相交流电源的产生

三相电源是由三个幅值相等、频率相同、相位相差120°的三相正弦交流电动势按一定的方式连接而成的电源组；由三相电源供电的电路称为三相电路。

三相交流电是由三相交流发电机在相同时刻产生的三相交流电源组。三相交流发电机固定的部分称为定子，在发电机的定子铁心中嵌有三个尺寸和匝数完全相同的定子绕组UX、VY、WZ，分别称为U相、V相、W相绕组，U、V、W为三相绕组的首端，X、Y、Z为三相绕组的末端，它们在空间互差120°放置。发电机中间转动的部分称为转子，在转子励磁绕组中通以直流电流，产生恒定的磁场，当原动机（汽轮机、水轮机等）带动转子顺时针等速旋转时，定子三相绕组顺序切割磁感线，由于电动机内部磁场沿着圆周按正弦规律分布，因此在定子三相绕组中分别产生三相正弦电动势，而且 e_U、e_V、e_W 有相同的幅值和频率，绕组中电动势的参考方向选定为由绕组的末端指向首端，如图3-24所示。

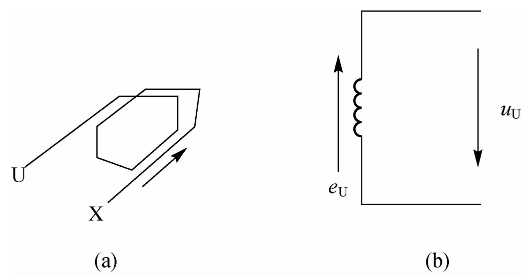


图3-24　三相对称电动势的产生

若以 e_U 为参考正弦量，则这三个电动势的表达式可写为

$$\begin{cases} e_U = E_m \sin\omega t \\ e_V = E_m \sin(\omega - 120°) \\ e_W = E_m \sin(\omega + 120°) \end{cases}$$

三相电动势 e_U、e_v、e_W 的波形图和相量图如图3-25所示。

用相量表示为

$$\dot{E}_U = E\angle 0°$$

$$\dot{E}_V = E\angle -120°$$

$$\dot{E}_W = E\angle 120°$$

由于 e_U、e_V、e_W 为三相对称交流电动势，由数学知识可知，三相对称电动势的瞬时值之和及相量之和均为零。

$$e_U + e_V + e_W = 0$$

$$\dot{E}_U+\dot{E}_V+\dot{E}_W=0$$

在三相电源中，各定子绕组感应电动势在时间上到达正的最大值的先后顺序称为相序，上述三相电源电动势出现最大值的顺序依次是U、V、W相，所以相序是U、V、W。通常在配电装置的三相母线上涂以黄、绿、红三种颜色，分别表示U、V、W三相。

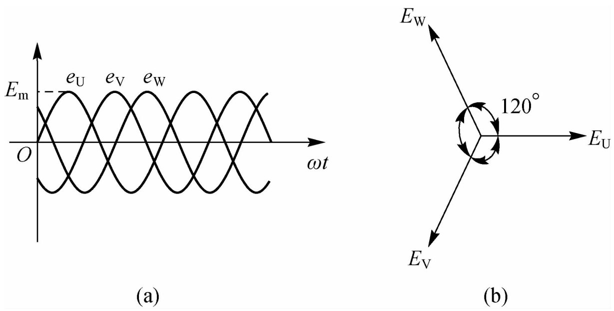


图 3-25　三相电源的向量图

2. 三相交流电源的连接方式

三相电源包括了三个电源，它们可以同时向负载供电，也可以仅由其中的部分电源向负载供电。当三个电源同时向负载供电时，它们之间需要一定方式的连接。三相电源的连接方式有两种，即星形联结和三角形联结。

1）三相电源的星形联结

三相电源的星形联结如图3-26所示，将三相绕组的末端X、Y、Z连在一起，形成一个节点，这一点称为电源的中性点或零点，用字母N表示；由三相绕组的首端U、V、W分别引出三根导线，称为相线或端线，俗称火线。从电源的中性点N引出的导线称为中性线或零线，这样就构成了三相四线制供电方式；若不引出中性线，则可构成三相三线制供电方式。

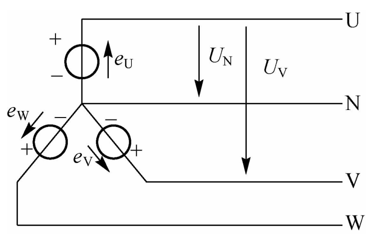


图 3-26　三相电源的星形联结

在三相四线制供电方式中，三相电源对外可提供两种电压，一种是三相电源中的任意一根相线与中性线间的电压即首端与末端之间的电压，称为相电压，其有效值用U_U、U_V、U_W表示，一般用U_P表示，如图3-27所示。在忽略电源内阻抗压降时，三相电源的相电压与三相电源电动势是相等的，由于三相电源电动势相互对称，所以三个相电压也是对称的。若以U相电压为参考相量，则有

$$\begin{aligned}
\dot{U}_U&=U_P\angle 0^\circ\\
\dot{U}_V&=U_P\angle -120^\circ\\
\dot{U}_W&=U_P\angle 120^\circ
\end{aligned}\tag{3-44}$$

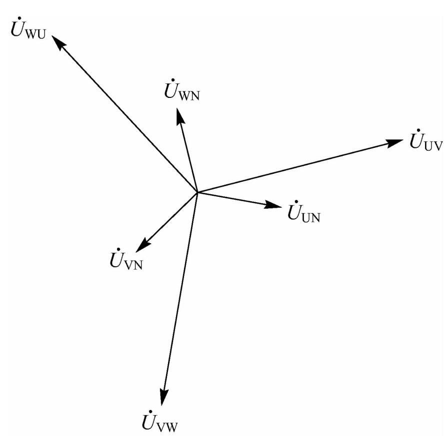


图 3-27　线电压与相电压的相量图

三相电源对外提供的另一种电压为任意两根相线间的电压即首端之间的电压，称为线电压，其有效值

值用 U_{UV}、U_{VW}、U_{WU} 表示，一般用 U_L 表示。相电压的参考方向一般选定为从相线指向中性线，线电压的参考方向则由一根相线指向另一根相线，如 U_{UV}，是由 U 相线指向 V 相线。三相电源星形接法时，相电压和线电压显然是不相等的。经计算可知 $U_L=\sqrt{3}U_P$。

2）三相电源的三角形联结

三相电源的三角形联结如图 3-28 所示。将电源的三相绕组的首端与末端依次分别相连构成三角形，并由三角形的三个顶点引出三根火线给用户供电。采用三角形联结方式的三相电源只能采用三相三线制供电方式，并且对外只能提供一种电压——线电压，而且线电压等于相电压，即

$$U_L=U_P$$

三相电源的三角形联结，必须是首尾依次相连，这样，在这个闭合回路中各电动势之和等于零，在外部没有接上负载时，这一闭合回路中没有电流。

微课
发电方式的对比

3. 三相交流电源的供电系统

需指出的是，低压配电系统中通常采用三相四线制供电方式，它通常提供两种电压，即相电压和线电压，且相电压通常为 220 V，线电压通常为 380 V，以满足不同用户的要求。当三相电源采用星形联结而不引出中性线时，称为三相三线制供电方式，只能对外提供一种电压——线电压，如图 3-29 所示。在高压电网中，一般采用三相三线制供电方式。

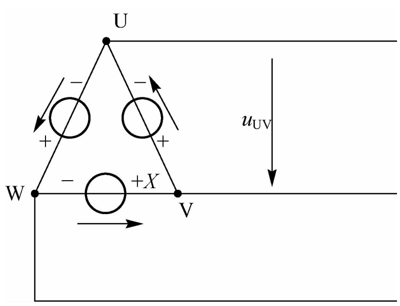


图 3-28　三相电源的三角形联结

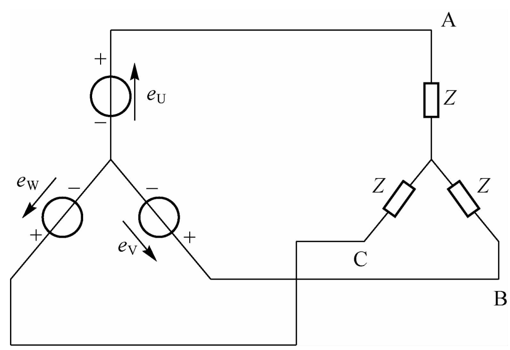


图 3-29　三相三线制供电电路

二、三相交流负载

1. 三相交流负载特性

三相负载的连接方式有两种，即星形联结和三角形联结。三相负载采用何种连接方式取决于三相电源的电压值和每相负载的额定电压值。

2. 三相交流负载的星形联结

在图 3-30 所示的三相四线制供电系统中，三个不同的负载分别接于三相电源的三个单相上，这种连接方式称为负载的星形联结。

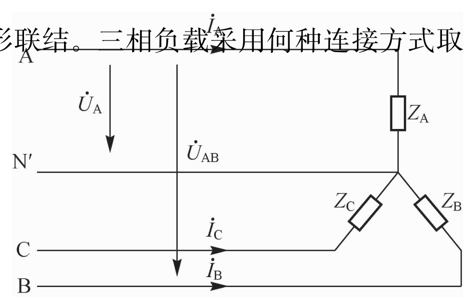


图 3-30　负载的星形联结

星形联结方式中，流过每一负载的电流称为相

电流，连接负载与电源相线的导线中的电流称为线电流。三个负载的连接点称为公共点，连接公共点与电源中性点的导线称为中性线，中性线中的电流称为中性线电流。

这里，显然相电流等于线电流。即

$$I_L = I_P$$

中线电流等于三个相电流之和，即

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

若三个负载相等，因为加在它们上面的电压是对称的，所以，三个相电流也是对称的，而且，三个电流之和为零，即

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

3. 三相交流负载的三角形联结

如图 3-31 所示，将三个负载的首尾相连，再将三个联结点分别与三相电源的相线 U、V、W 相连，即构成负载的三角形联结。这里，三个负载可能相等也可能不相等。需要注意的是，把三角形负载接入三相电源时，要保证负载的额定电压与电源的线电压匹配。当三个负载相等时，称为对称负载的三角形连接。“对称”指的是三个负载上的端电压对称。

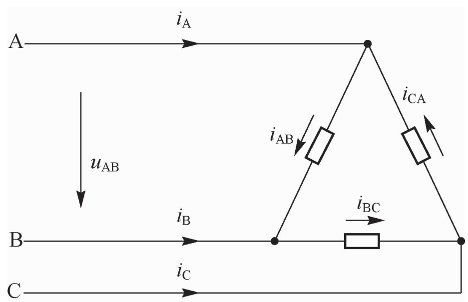


图 3-31　负载的三角形联结

三个负载上的端电压即是负载的相电压，这里负载的相电压等于电源的线电压，即 $U_P = U_L$。而负载的相电流显然与线电流是不相等的，对于对称负载，经过计算可知：$I_L = \sqrt{3} I_P$。

负载的三角形联结是用不到电源的中性线的，只需采用三相三线制供电即可。

课堂实战

三相对称负载接成三角形，相电流有效值为 5 A，那么，线电流的最大值是多少？

问题与思考

问题　实际中的三相负载都是对称的吗？如果不对称，阻抗值比较小的负载会不会被烧毁呢？

思考并回答：……………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

三、三相交流电路的功率

三相电路的功率与单相电路一样，也分为有功功率、无功功率和视在功率。

三相有功功率等于各相有功功率之和。对于不对称负载，需要分别计算出各相的电压、

电流、功率因数，方可得出总的有功功率。

对于对称负载，每相的有功功率相同

$$P_P = U_P I_P \cos\varphi_P$$

三相总的有功功率

$$P = 3P_P$$

三相总的无功功率

$$Q = 3Q_P$$

三相总的视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

一般情况下，三相视在功率不等于各相视在功率之和，只有在负载对称时，三相视在功率才等于各相视在功率之和。

三相电路中，测量相电压与相电流不方便，例如，三相电动机绕接成三角形时，要测量它的相电流就必须把绕组端部拆开。而测量线电压与线电流比较方便，所以常用线电压与线电流来计算三相对称负载的功率。

当对称负载为星形联结时，因为

$$U_P = \frac{U_L}{\sqrt{3}},\ I_P = I_L$$

所以

$$P = 3\frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi$$

当对称负载为三角形联结时，因为

$$U_P = U_L,\ I_P = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

所以

$$P = 3\frac{I_L}{\sqrt{3}} U_L \cos\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi$$

由此可得，无论对称负载是星形联结还是三角形联结，都有

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi$$

同理，可得出在对称负载电路中三相无功功率和三相视在功率的计算公式

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin\varphi$$

$$S = \sqrt{3} U_L I_L$$

式中，U_L、I_L 分别为线电压、线电流，而 φ 则是每相负载的阻抗角，即相电压与相电流的相位差。

例 3-12 有一个三相对称感性负载，其中每相的 $R=12\ \Omega$，$X_L=16\ \Omega$，接在线电压为 380 V 的三相电源上。(1)负载作星形联结时，计算 I_P、I_L、P；(2)负载改成三角形联结，重复计算上述各量。

解 每相负载的阻抗的大小为

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 20\ \Omega$$

负载的功率因数为

$$\cos\varphi=\frac{R}{Z}=0.6$$

(1)负载作星形联结时

$$U_P=\frac{U_L}{\sqrt{3}}=\frac{380}{\sqrt{3}}\ \text{V}=220\ \text{V}$$

$$I_L=I_P=\frac{U_P}{Z}=\frac{220}{20}\ \text{A}=11\ \text{A}$$

所以

$$P_Y=\sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi=\sqrt{3}\times380\times11\times0.6=4.344(\text{kW})$$

(2)负载作三角形联结时

$$U_P=U_L=380\ \text{V}$$

$$I_P=\frac{U_P}{Z}=\frac{380}{20}\ \text{A}=19\ \text{A}$$

$$I_L=\sqrt{3}I_P=\sqrt{3}\times19\ \text{A}=33\ \text{A}$$

所以

$$P_\triangle=\sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi=\sqrt{3}\times380\times33\times0.6\ \text{W}=13.032\ \text{kW}$$

课堂实战

请画出例 3-12 题两种接法下,线电流与相电流关系的相量图。

补充知识 功率因数的提高及无功功率的补偿

1. 功率因数的提高

如图 3-32 所示,当正弦交流电压加在阻抗两端时,在电路中产生的电流 $I=\frac{U}{Z}$,于是阻抗所消耗的平均功率 $S=IU$,这个功率称为视在功率,单位为伏安(VA)。

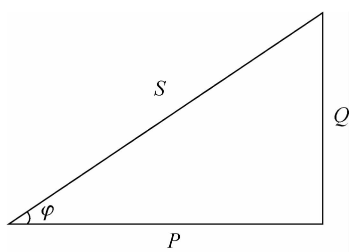


图 3-32 功率三角形

视在功率、有功功率、无功功率构成了一个直角三角形,称为功率三角形。由于平均功率是标量且不随时间变化,所以它不是相量,功率三角形在画图时不用带箭头的有向线段,书写时也不在 S、P、Q 上方加"·",如图 3-33 所示。

其中,$\varphi=\arctan\frac{Q}{P}=\arctan\frac{X}{R}$,它是由负载决定的电路参数。$P=S\cos\varphi$,$\cos\varphi$ 被称为功率因数。它表示视在功率中有多少功率供给了阻抗中的电阻。通常希望功率因数接近于 1。

1)提高功率因数的意义

提高功率因数的意义主要表现在两个方面。一方面,提高功率因数可以减少输电线上的能量损耗和电压损失。因为 $I=\frac{P}{U\cos\varphi}$,当负载有功功率 P 一定及电压 U 一定时,负载功

率因数越低，电源供给负载的电流就越大。设线路电阻为 r，线路损耗为 I^2r，线路的电流越大，输电线路上的损耗亦越大。同时，线路上电流的增大，造成线路上的电压降增大，负载端电压下降，也影响负载的正常工作。

另一方面，提高功率因数可以提高电气设备的利用率。发电机工作在额定状态时，视在功率 S 是定值。有功功率 $P=S\cos\varphi$，可见功率因数越高，发电机输出的有功功率就越高，即提高了电源设备的利用率。

从上述分析可知，提高功率因数能增加电源设备输出的有功功率，以供给更多的负载使用，减少线路能量损耗，使电源设备的容量在额定范围内得到充分的利用，对国民经济有着重要意义。

2)提高功率因数的方法

功率因数不高的原因是电力负载主要是电感性负载，常用交流异步电动机在空载时的功率因数为0.2～0.3，而在额定负载时为 0.83～0.85，不装电容器的日光灯功率因数为0.45～0.6。为了改善供电质量，提高电能的利用率，必须提高功率因数。

提高功率因数 $\cos\varphi$ 的最简便的办法，是利用电容与感性负载相并联，其电路图如图 3-33 所示。这样就可以使电感中的磁场能量与电容的电场能量交换，从而减少电源与负载间能量的交换。

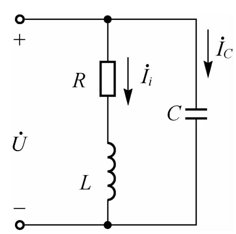


图 3-33　功率因数的提高

当感性负载与电容并联后，电感的无功功率可以与电容的无功功率相互补偿，减少与电源进行交换的无功功率的数值。所以，感性负载并联电容后，从总的效果看，相当于功率因数提高了。

一般情况下，并联适当的电容后可以使总功率因数达到规定的要求。

为了能提高功率因数而又不影响负载的正常工作，电容应当与感性负载并联而不能串联。因为感性负载串联电容后虽然也可以改变功率因数，但是在功率因数改变的同时，负载上的电压也发生了变化，会影响负载正常工作。

2. 无功功率的补偿

现代科技的发展，使得电网的监控与智能管理接近完美，测量功率因数有现成的功率因数表，无功功率的补偿方法是人为合成一个超前或滞后的无功电流接入电网，用于改善电网的功率因数，实现动态无功功率补偿。

电网中的电力负载如电动机、变压器、日光灯及电弧炉等，大多属于电感性负载，这些电感性的设备在运行过程中不仅需要向电力系统吸收有功功率，同时还吸收无功功率。因此在电网中安装并联电容器无功补偿设备后，将可以提供补偿感性负载所消耗的无功功率，减少了电网电源侧向感性负载提供及由线路输送的无功功率。减少了无功功率在电网中的流动，可以降低输配电线路中变压器及母线因输送无功功率造成的电能损耗，这种措施称为功率因数补偿。由于功率因数提高的根本原因在于无功功率的减少，因此功率因数补偿通常称之为无功功率补偿。

在大系统中，无功功率补偿还用于调整电网的电压，提高电网的稳定性。在小系统中，通过恰当的无功功率补偿方法还可以调整三相不平衡电流。在相与相之间跨接的电感或者电容可以在相间转移有功电流。因此，对于三相电流不平衡的系统，只要恰当地在各相之间以及各相与零线之间接入不同容量的电容器，不但可以将各相的功率因数均补偿至接近 1，而且可以使各相的有功电流达到平衡状态。

实验六 三相交流电路的测量

实验目的

熟悉三相负载作星形联结、三角形联结的方法；

验证这两种联结的线、相电压，线、相电流之间的关系；

加深对三相四线制供电系统中性线作用的理解。

实验仪器与设备

三相交流电源1台；

三相自耦调压器1台；

数字万用表2块；

三相灯组负载(15 W,220 V)若干。

实验内容

按已知电路图连接各元器件；

调节各测量仪器，观察实验数据。

实验预习要点

了解三相对称负载分别作星形联结、三角形联结时线电压、相电压、线电流、相电流之间的关系；

了解三相不对称负载分别作星形联结、三角形联结时线电压、相电压、线电流、相电流之间的关系；

注意观察中性线的作用。

实验结果

分别测量出三相负载星形、三角形联结时的线电压、相电压、线电流、相电流、中线电流和电源与负载中间的电压；

记录实验数据，总结三相四线供电系统中中线的作用。

实验报告

填写实验日志，计算出各电流、电压值；

记录实验数据，并与计算结果相比较，说明误差原因；

总结对三相交流电路的理解。

实验考核评价

知识掌握考核；

能力操作考核；

职业素养考核。

模块小结

有效值为 220 V 的三相电源是工业和民用中实际使用的电源，三相负载也是企业的实际用电设备。三相电源和三相负载各有三角形和星形两种联结方法，不同接法下，电网呈现着不同的运行状态。通过本模块的学习，能够快捷估算三相正弦交流电路中各处的电压、电流和功率，到了实际中，就能够掌控电源和负载的运行状态，进而排除故障、提高效率。

模块检测

一、填空题

1. 随时间按______________规律作周期性变化的电动势、电压和电流称为正弦交流电。

2. 正弦交流电路是含有正弦交流电源的______________电路。

3. 把表示____________量的复数称为相量。

4. 由于电压三角形是____________三角形，所以作图时三角形的三个边必须用带____________的有向线段且方向要正确。

二、判断题

1. 正弦交流电的表示方法包括交流电的瞬时值表达式、正弦交流电波形图和相量法 3 种。 (　　)

2. 由于正弦交流电路是线性电路，所以线性电路的分析方法、定律、定理都适用于正弦交流电路。 (　　)

3. 两个同频率的正弦交流电相位之差为 180°，这两个正弦交流电的相位关系称为反相。 (　　)

4. 串联谐振时，电路中的电流值最大。 (　　)

三、选择题

1. 作为正弦交流电的负载，它的功率因数__________。

A. 越低越好　　B. 是 0.5 最好　　C. 越接近于 1 越好　　D. 是 0.75 最好

2. 对称三相交流负载作三角形联结时__________。

A. 线电流等于相电流

B. 线电压等于相电压

C. 每一相的有功功率等于该相无功功率

D. 中性线电流等于 0

四、计算题

1. 已知正弦交流电压的有效值 $U=220$ V，初相位 $\varphi=-30°$，正弦交流电的有效值 $I=2.2$ A，并且电流的相位超前于电压 60°，请写出它们的三角函数表达公式。

2. 已知 $i_1=20\sqrt{2}\sin 314t$ A，$i_2=20\sqrt{2}\sin(314t-30°)$ A。(1)试求两正弦的幅值、有效值、初相位、角频率、周期及它们之间的相位差；(2)画出它们的波形图、相量图，并写出其相量式。

3. 写出下列相量对应的正弦量。(1)$\dot{U}_1=100\angle-60°$ V；(2)$\dot{U}_2=(-50+\mathrm{j}88.6)$ V；(3)$\dot{U}_3=50\mathrm{e}^{\mathrm{j}45°}$ V。

4. 在图 3-34 中，已知 $i_1=20\sqrt{2}\sin\omega t$ A，$i_2=20\sqrt{2}\sin(\omega t+90°)$ A，试求：(1)各电流相量 $\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$，$\dot{I}$；(2)总电流 i；(3)各交流电流表的读数；(4)画出各电流的相量图。

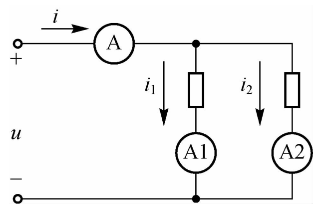


图 3-34　题 3-4 图

5. 已知电感线圈的电感 $L=10$ mH，电阻忽略不计，将其接到电压为 220 V 的工频电源上，试求感抗和电流；当电源电压不变，频率为 5 000 Hz，再求感抗和电流。

6. 已知一个电容 $C=10$ μF，先后接在 $f=50$ Hz 及 $f=5\ 000$ Hz，电压为 220 V 的工频电源上，试求容抗和电流各为多少。

7. 有一个电感 $L=0.8$ H 的线圈(电阻甚小，可忽略不计)接在有效值为 220 V，频率为 50 Hz 的正弦电源上，试求：(1)通过线圈的电流有效值，并写出电流的瞬时值表达式；(2)线圈吸收的瞬时功率和无功功率。

8. 一个 $R=30\ \Omega$，$L=2$ H 的线圈与一个 $C=6$ μF 的电容器串联，然后接于电压 $U=220$ V，频率为 50 Hz 的交流电源上，求：(1)感抗；(2)容抗；(3)总阻抗；(4)电路的电流；(5)电阻和电抗的电压。

9. 在图 3-35 所示的 RC 串联正弦交流电路中，已知：$R=600\ \Omega$，$C=4$ μF，电源 $f=50$ Hz，输入电压 $U_1=5$ V，求输出电压 U_2，并比较 u_1 与 u_2 的相位。

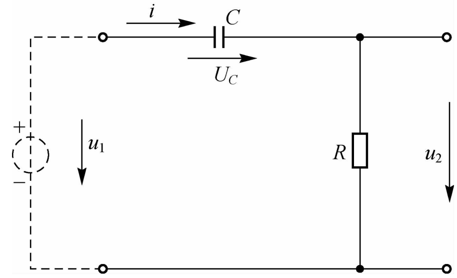


图 3-35　题 3-9 图

10. 一台异步电动机，在某一负载下运行时的电阻 $R=29\ \Omega$，电抗 $X_L=21.8\ \Omega$，若接到电压为 220 V 的交流电源上，求电动机的电流 I、电动机消耗的有功功率 P 以及无功功率 Q、视在功率 S。